Ветровая неустойчивость в астрофизике (применительно к джетам, кометным хвостам, спиральной структуре галактик)

С.Г.Гестрин, В.М.Конторович
(Радиоастрономический институт НАН Украины)

С О Д Е Р Ж А Н И Е

1. ВВЕДЕНИЕ[1]

[1] Небольшой настоящий обзор посвящен не джетам, не кометным хвостам, и не спиральной структуре. Он посвящен, как это, впрочем, видно из заглавия, ветровой неустойчивости. Она заслуживает того, чтобы быть выделенной, как будет ясно из текста. Обзор написан по работам. выполненным в те годы, когда еще можно было рассматривать самую простую геометрию течения и магнитного поля, и обходиться без суперкомпьютера. В настоящее время решаются значительно более сложные задачи. Исследуются МГД течения, в которых задействованы винтовые конфигурации тока и поля. Рассматривается проникновение джета в окружающую неоднородную среду: поведение головной ударной волны существенно зависит от величины градиента плотности, порождая либо “стреловидные”, либо “толстые” конфигурации струи. Успешно изучается возникновение струй как звездных, так и галактических масштабов в замагниченных аккреционных дисках. Существенные результаты получены при изучении устойчивости струй. Уступая настояниям

Среди различных структур, наблюдаемых в облаках радиогалактик и квазаров [1-3], космических струях (джетах) [4-7] кометных хвостах [8,9] и т.п., выделяются волнообразные (зачастую, гелиокоидальные) возмущения, которые в целом ряде работ (см. например, [10-12] и ссылки в [13-16]) связываются с гидродинамической неустойчивостью Кельвина-Гельмгольца (КГ) [17], в том числе в присутствии внешнего магнитного поля. Т.о. неустойчивость стабилизированного магнитным полем тангенциального разрыва, моделирующего широко распространенный тип сдвиговых течений с большим локальным градиентом скорости [18], привлекается для объяснения широкого круга явлений, относящихся к космической плазме. Остановимся на этом несколько подробней.

Радиоастрономические наблюдения структуры и формы протяженных компонент (облаков) радиоисточников свидетельствуют о том, что радиогалактики типа "голова-хвост" и облака двойных радиогалактик при своем движении взаимодействуют с обтекающей их межгалактической средой (см.. например, обзор Де Янга [1] и статью Веллингтона, Мили и Ван дер Лаана [19], из которой воспроизведен рис.1). Магнитное поле, как показывают измерения поляризации радиоизлучения (Мили [20]), ориентировано преимущественно вдоль хвоста радиогалактики, подобно тому, как это происходит в земной магнитосфере (Жаффе и Перола, [21]). Соответствующая этому модель предполагает существование тангенциального разрыва на поверхности радиогалактики (Спрайтер и др. [22]), стабилизированного магнитным полем H (Сыроватский [23]). Аналог неустойчивости КГ в магнитной гидродинамике (МГД) наступает при скорости потока

$$U > \sqrt{1 + \frac{\overline{\rho}}{\rho}}\, v_a \tag{1.1}$$

где $\overline{\rho}/\rho >> 1$ - отношение плотностей замагниченной плазмы внутри магнитосферы и обтекающего радиогалактику потока, $v_a = H/\sqrt{4\pi\overline{\rho}}$ - скорость поверхностной МГД-волны (Блэйк, [24]).

Ниже нас будет интересовать также волновая структура джетов, соединяющих ядра активных галактик (см. рис. 2 из [25,26]) с излучающими радиооблаками. На изофотах многих радиовыбросов (NGC 6251, NGC 315, 3C 273, 3C 348 и др.) наблюдаются волнообразные возмущения границы (см. например, рис.3 из [3]). Высокая поляризация излучения свидетельствует о наличии в джетах регулярного магнитного поля (рис.4 из [2]), которое во многих интересных для нас ситуациях (например, для односторонних джетов, вблизи от границы струи) является ориентированным вдоль джета [27,5]. Аналогичные джеты, но более скромных масштабов

рецензента, авторы снабдили обзор краткими ссылками, ограничиваясь по необходимости последними (рис.5) возникают в процессе эволюции дисков, окружающих молодые (прото)звезды [7]. Получено прямое подтверждение существования в этих объектах крупномасштабного магнитного поля [28].

Среди различных структур, наблюдаемых в кометных хвостах [29,8] также выделяются волнообразные геликоидальные возмущения, которые связываются с гидродинамической неустойчивостью КГ [12]. О хвостах комет и обдувающем их солнечном ветре имеется гораздо больше сведений, чем о джетах. Данные о параметрах плазмы будут приведены ниже в таблице и использованы для сравнения с теорией. Если из-за колоссальных размеров волновой структуры в джетах нет возможности наблюдать за распространением волн вдоль выброса, то в кометных хвостах этот процесс хорошо наблюдаем. Заметные изменения в волновой картине, проявляющиеся в смещении горбов и впадин вдоль хвоста, позволяют оценить фазовую скорость волн. Большое влияние оказывают процессы, происходящие на Солнце [30], например вспышки, сопровождаемые радиовсплесками и выбросом вещества, и изменяющие параметры солнечного ветра.

Возникающая в джетах волновая структура, как уже упоминалось, обычно связывалась с неустойчивостью КГ, развивающейся на поверхности замагниченной струи. Однако такое объяснение встречалось с рядом трудностей [31], так как инкремент классической неустойчивости КГ не имеет максимума в длинноволновой области.[2] Выход ищут в привлечении волноводных мод и их нелинейных аналогов (см. [32,33]). Винтовая токовая "кинк" неустойчивость в магнитном поле [34] также, повидимому, опасный, в этом смысле, конкурент неустойчивости КГ [35-37]. Возникновение струй под влиянием магнитных и гравитационных сил в аккреционных дисках [38-42] (идея Бленфорда и Лавлейса) [3] означает, что джеты, скорее всего, должны вращаться (ср. [43]), что также влияет на конкуренцию неустойчивых мод.

Упомянув об этих интересных возможностях и результатах, вернемся к скромному предмету обзора - ВН. Мы покажем, что более подходящей, чем потенциальная неустойчивость КГ, для объяснения наблюдаемой

доступными им работами без каких бы то ни было претензий на полноту.

[2] В плоском случае максимум может реализоваться лишь для достаточно коротких волн в результате конкуренции инкремента КГ с вязким затуханием. В цилиндрическом случае численный расчет указывает на наличие слабо выраженного максимума на длинах, существенно превышающих радиус цилиндра. Интерференция отражающихся от границы звуковых или ударных волн (формирующих аналоги "бриллиантовой структуры"), способна объяснить возникающие в джетах "узлы", но при существенной роли сжимаемости и вкладе как объема, так и обеих границ. Возможны объяснения на основе периодически промодулированных равновесных конфигураций. Наконец, нельзя исключить и дискретный выброс вещества струи из активного ядра.

[3] Ссылки на последние наблюдения и результаты в области (супер)компьютерного моделирования возникновения и развития космических струй, которые приводятся в виде, пригодном для использования как в звездных, так и галактических шкалах, можно найти, например, в кратком комментарии Кларка [40] к работе [39], см. также Заключение в конце статьи.

волновой картины является вихревая сдвиговая неустойчивость Майлса-Филлипса [44,45], которая в настоящее время привлекается для объяснения возникновения ветровых волн на морской поверхности. Ниже мы будем называть ее ветровой неустойчивостью, подчеркивая тем самым, что речь идет об устойчивости свободной границы раздела. При ветровой неустойчивости, как мы увидим ниже, реализуется резонанс между МГД-волнами на поверхности облака радиогалактики и вихрями в узком слое совпадения $z = z_c > 0$, где скорость потока сравнивается со скоростью поверхностной волны $U(z_c) = v_a$. (Заметим, что при этом не обязателен перегиб в профиле скорости $[U(z),0,0]$ обтекающего потока благодаря вкладу свободной границы (см. обзор Кадомцева и Конторовича [46] и ниже). Поэтому уже при скоростях обтекания ($U \geq v_a$) меньших, чем скорость, при которой возбуждается неустойчивость КГ (ср. приведенную выше формулу (1.1)) возможно появление МГД-аналога "ветровой" неустойчивости [47,48]. Наблюдаемая волновая картина может быть, т.о. связана с непотенциальной ветровой неустойчивостью, которая естественным образом приводит к выделенности масштаба $\lambda_{\max}$ наиболее быстро растущих волн. Резонанс реализуется между поверхностной волной и вихрями, локализованными вблизи от "слоя совпадения" z_c (z_c - расстояние от свободной границы раздела сред), где скорость потока $U(z_c)$ близка к фазовой скорости волны. Инкремент веторовой неустойчивости имеет максимум, когда резонансный слой находится на расстояниях порядка $\lambda/4\pi$ от границы раздела.

Вначале рассматриваем ветровую неустойчивость (Майлс [44], Филлипс [45]) и ее магнитогидродинамический аналог (Вробель и Конторович, Рэй [47, 48]) в несжимаемой жидкости либо при дозвуковом движении в сжимаемой среде. Сверхзвуковой характер движения, типичный для кометных хвостов [30] и джетов, существенно влияет на характер неустойчивости (Сыроватский [49]) и сказывается на развивающейся волновой картине. При скоростях $U > U_{kp} = \sqrt{2}c_s$ ($2U$ - величина скачка скорости, c_s - скорость звука, используется симметричная по отношению к скачку система координат) происходит стабилизация неустойчивости КГ тангенциального разрыва для волн, бегущих вдоль скачка (Ландау [50]). Однако неустойчивость сохраняется относительно раскачки волн, бегущих под углом к вектору скачка скорости (Сыроватский [49]). Аналогичное поведение имеет место и для ветровой неустойчивости (Гестрин и Конторович [51]).

Волнам, распространяющимся под углом θ к скорости потока U_z на плоской границе раздела сред $\sim \exp i(k_x x + k_y y - \omega t)$ (где $k_x = k\cos\theta$, $k_y = k\sin\theta$), соответствуют спиральные возмущения

$\sim \exp i\left(k\,x + m\varphi - \omega\,t\right)$ цилиндрической струи. Мы покажем, что при определенных условиях (см. ниже) преимущественно нарастает спиральное возмущение с отличным от нуля азимутальным числом $m_{\max}$, которое зависит от соотношения между характерными параметрами струи и обтекающего ее потока.

Подобная спиральная структура была, например, обнаружена в одном из двух несимметричных выбросов в радиогалактике Геркулес А, а затем и в некоторых других радиогалактиках и квазарах, например, в Лебеде А. Высокая до 50% поляризация излучения в (например, в Геркулесе А) указывает на присутствие крупномасштабного магнитного поля, направленного вдоль выбросов [27, 25].

ВН, повидимому, может быть ответственной и за возбуждение некоторых разновидностей спиральных волн в (галактических) дисках (см. раздел 4 данного обзора). Любопытно, что при этом формируется пересеченная структура с баром. Впрочем, условия ВН в дисках весьма специальны [52, 53]: поверхностная спиральная волна на слабой особенности кривой вращения - изломе угловой скорости - должна быть в резонансе с вихрями вблизи коротационного радиуса (где скорость вращения совпадает с фазовой скоростью спиральной волны).

Заметим, что ВН представляет собой частный, но весьма характерный пример так называемых сдвиговых неустойчивостей, описание которых можно найти в недавно вышелшей монографии Степанянца и Фабриканта [18], где имеется также подробная библиография.

2. ВЕТРОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ (ВН) В НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

2.1. Ветер над морем: сравнение неустойчивости КГ и ВН

Источником волнения на поверхности моря, как правило, является ветер. Парадоксально, что лишь совсем недавно был выяснен истинный механизм ветровой неустойчивости.

Рассмотрим вначале механизм КГ: неустойчивость тангенциального разрыва, стабилизируемая силой тяжести и поверхностного натяжения. Для объяснения подъемной силы используем энергетические соображения. Пусть на границе раздела, отделяющей покоящуюся воду от движущегося со скоростью $U = \text{const}$ воздуха, возникает возвышение ζ с характерным размером λ, имитирующее плоскую поверхностную волну, распространяющуюся вдоль ветра. Потенциальное обтекание этого возвышения в силу закона Бернулли вызывает появление подъемной силы, приводящей к дальнейшему росту возвышения. Действительно, скорость воздуха над возвышением из-за уменьшения поперечного сечения увеличивается, вследствие чего давление падает. Сила тяжести, препятствующая поднятию жидкости, и сила поверхностного натяжения, препятстсвующая искривлению поверхности, создают возвращающую силу, стремящуюся стабилизировать неустойчивость. Чтобы определить критическую скорость ветра, сравним работу подъемной силы и возвращающих сил. Работа подъемной силы над объемом $\Delta V = \lambda\zeta$ (на единицу длины вдоль фронта волны) под действием давления $\Delta p = \rho_{\text{air}} U \Delta U$, (где первый сомножитель - плотность воздуха, а изменение скорости $\Delta U \sim U\,\zeta/\lambda$) равна: $\Delta V \Delta p \sim \rho_{\text{air}} U^2 \zeta^2$. Аналогично, работа силы тяжести по поднятию массы жидкости $\rho\lambda\zeta$ на высоту ζ есть $\lambda\rho g\zeta^2$, а работа сил поверхностного натяжения равна $\alpha\,\zeta^2/\lambda^2$, где мы учли, что радиус кривизны возвышения есть λ^2/ζ, ρ - плотность воды.

Таким образом, с точностью до коэффициента порядка единицы, зависящих от формы возвышения, условие стабилизации поверхности есть:

$$\bar{\lambda}\rho g + \alpha/\bar{\lambda}^2 > \rho_{\text{air}} U^2 .$$

($\bar{\lambda} = \lambda/2\pi$, такой выбор коэффициента соответствует периодической поверхности). Отсюда видно, что стабилизация возможна лишь при совместном действии обеих возвращающихся сил и лишь до тех пор, пока правая часть неравенства не превосходит максимального значения левой части, равной $\rho V_{\min}^2$, где $V_{\min}$ - минимальная фазовая скорость поверхностных волн, соответствущая длине волны $\bar{\lambda}$, равной обратной капилярной постоянной k_0^{-1}. Таким образом, условие неустойчивости КГ можно переписать в виде: $\rho V_{\min}^2 < \rho_{\text{air}} U^2$ или[4]

$$U > V_{\min}\sqrt{\frac{\rho}{\rho_{\text{air}}}} \equiv U_{\text{КГ}}$$

Из-за малой плотности воздуха (малость подъемной силы) этот механизм приводит к очень большим критическим скоростям: $U_{\text{КГ}} \approx 6$ м/сек, значительно превышающим те, при которых возникает волнение.

Долгое время было совершенно непонятно, в чем здесь дело. Сам Кельвин считал, что в реальных условиях существенна вязкость. Впрочем, проведенные много позднее численные расчеты с учетом вязкости на базе уравнения Орра-Зоммерфельда мало прояснили ситуацию. Рэлей отказался от рассмотрения разрыва и изучил неустойчивость при постоянном градиенте скорости, но результат качественно не изменился.

Объяснение было дано лишь в относительно недавних работах Филлипса и Майлса [44,45]. Ответственным за неустойчивость оказался резонанс между вихрями в воздухе и поверхностными волнами, причем резонанс возникает, как только скорость переносимых со скоростью ветра вихрей сравнивается с наименьшей скоростью волн V_{min}

$$U > V_{min} \quad , \quad V_{min} \sim 23 \text{ cm/s} .$$

[4] К такому результату приводит точное решение дисперсионного уравнения.

Это условие соответствует значительно меньшим критическим скоростям, чем условие КГ, так как в нем отсутствует большой множитель $\sqrt{\rho / \rho_{air}}$. При этом, если воздушный поток уже турбулизован, то происходит раскачка волн резонансной внешней силой, что приводит к росту амплитуды волн, пропорциональной *t*. Но и в ламинарном потоке при $U. > V_{\min}$ наступает неустойчивость, связанная с экспоненциальным ростом связанных резонансными условиями вихрей и волн. Неоднородный профиль скоростей ветра $U(z)$ приводит к тому, что резонанс осуществляется лишь в "слое совпадения", в котором средняя скорость течения равна скорости поверхностной волны. Слой совпадения (по мере роста скорости потока) возникает на ∞ и с ростом скорости U_∞ приближается к поверхности раздела. Инкремент существенно зависит от положения слоя совпадения и пропорционален второй производной ($-U''(z)$) в этом слое. Поэтому эффект отсутствует и при линейном профиле скорости. Однако кусочно - линейный профиль позволяет учесть резонанс чисто алгебраическими методами, и этот подход (метод Рэлея) оказывается также весьма плодотворным, см. его подробное изложение в монографии [18]. В данном изложении мы, однако, ограничимся методом Майлса.

2.2. ВН облаков радиогалактик

Исследуем устойчивость поверхности радиогалактики в МГД-приближении, ограничиваясь вначале рассмотрением плоской геометрии, приближением несжимаемой жидкости и пренебрегая магнитным полем в обтекающей среде (*z>0*). Из уравнений гидродинамики в этом случае, как известно, для произвольного плоского течения следует уравнение для функции тока $\psi(x, z, t)$, имеющее вид (Ландау и Лифшиц [17]):

$$\frac{\partial}{\partial t}\Delta\psi - \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\Delta\psi}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial\Delta\psi}{\partial x} = 0, \qquad (2.1)$$

где $v_x = \partial\psi / \partial z$, $v_z = -\partial\psi / \partial x$, $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial z^2$. Профиль скорости $(U(z), 0, 0)$ течения над невозмущенной границей раздела *z=0* считаем заданным. Очевидно, уравнение (2.1) удовлетворяется при произвольной функции *U(z)*. Выделяя функцию тока невозмущенного течения $\psi_U = \int U(z)dz$ линеаризуем (2.1) по малому возмущению: $\psi - \psi_U = \varphi_k(z) \exp i(\omega t - kx)$, которое в дальнейшем свяжем с возмущением границы раздела. Для Фурье - амплитуды $\varphi_k(z)$ из (1) следует известное уравнение Рэлея:

$$\varphi_k''(z) - \left[k^2 + \frac{U''(z)}{U(z) - \omega / k + i\delta}\right]\varphi_k(z) = 0 \qquad (2.2)$$

с граничными условиями $\varphi_k\big|_{z\to\infty} \to 0$, $\varphi_k\big|_{z\to 0} \to \varphi_{k0}$, $\delta > 0$ - малая добавка, определяющая правило обхода Ландау - Линя (см., например, Линь [54]) особой точки z_c, в которой (условие резонанса) обращается в нуль знаменатель в формуле (2.2). Штрих здесь означает производную по z. Как мы уже отмечали, ввиду колебаний свободной границы раздела теорема Рэлея об устойчивости течений без точек перегиба здесь неприменима. Действительно, уравнение для функции тока φ приводит к условию

$$\int_0^\infty dz\left[|\varphi'|^2 + k^2|\varphi|^2 + \frac{U''(z)}{U(z) - \varpi/k}|\varphi|^2\right] = \left[\varphi^*\varphi'\right]_0^\infty = -\varphi_0{}^*\varphi_0',$$

где правая часть комплексна. Инкремент пропорционален мнимой части интеграла, даваемой полувычетом в точке резонанса и т.о. определяется величиной $U''(z)$ в этой точке.

Для нахождения инкремента $\gamma = \mathrm{Im}\,\omega$ и фазовой скорости $\mathrm{Re}\,\omega$ поверхностных МГД-волн, считая, что поле $(H,0,0)$ сосредоточено внутри радиогалактики ($z<\varsigma$), а поток $U(z)$ вне ее ($z > \varsigma$), причем $U(0) = U_0 \neq 0$ [5], воспользуемся граничными условиями на возмущенной поверхности $z = \zeta$. Они могут быть пересчитаны для невозмущенной поверхности раздела $z=0$ и сводятся к следующим соотношениям между Фурье - амплитудами возмущенных величин в обоих полупространствах :

$$\begin{aligned}
&(\omega - kU_0)\varphi_{k0}' + kU_0'\varphi_{k0} = kp_{k0}/\rho,\\
&(\omega - kU_0)\zeta_{k0} = k\varphi_{k0}, \quad \bar{\zeta}_{k0} = k\bar{\varphi}_{k0},\\
&\bar{\varphi}_{k0}' = k\,\bar{p}_{k0}/\bar{\rho}, \quad \bar{\zeta}_{k0} = \bar{\zeta}_{k0},\\
&(\bar{p}_{k0} - p_{k0}) = H^2 k\,\bar{\varphi}_{k0}'/4\pi,
\end{aligned} \tag{2.3}$$

где p_{k0} - амплитуда давления, черта означает принадлежность к полупространству $z < 0$, где $\bar{\varphi}_k = \varphi_{k0}\exp kz$. Первое из условий (2.3) - проекция уравнения Эйлера на ось x при $z=+0$, два следующих связывают z -компоненту скорости с возвышением ς в каждом из полупространств. Далее следуют - x проекция уравнения Эйлера при $z= -0$ (сила Лоренца не дает вклад в проекцию вдоль постоянного магнитного поля), условие непрерывности смещения границы и полного давления с учетом вклада магнитного поля, причем при $z<0$ использовались уравнения магнитной гидродинамики [55]. (Здесь мы имеем дело с простейшей бессиловой конфигурацией магнитного поля. В более сложных случаях невозмущенные конфигурации находят как (точные) решения МГД уравнений, обобщающих (2.1), например, уравнений Грэда

[5] Это позволяет одновременно учитывать и неустойчивость КГ, которая при $\rho/\bar{\rho} \geq 1$ имеет порог, близкий к ветровой.

- Шафранова [55, 36, 56].) Из системы (2.3) следует для комплексной фазовой скорости ω/k (Вробель, Конторович [47])

$$\omega/k=\left[-2\frac{\rho}{\bar\rho}\frac{\varphi'_{k0}}{\varphi_{k0}}U_0+\frac{\rho}{\bar\rho}U'_0\pm\sqrt{\left(\frac{\rho}{\bar\rho}U'_0\right)^2+4k\left(v_a^2k-\frac{\rho}{\bar\rho}U_0U'_0\right)+4k\frac{\rho}{\bar\rho}\frac{\varphi'_{k0}}{\varphi_{k0}}\left(U_0^2-v_a^2\right)}\right]\times$$
$$\times\left[2\left(k-\frac{\rho}{\bar\rho}\frac{\varphi'_{k0}}{\varphi_{k0}}\right)\right]^{-1}, \tag{2.4}$$

где отношение $\varphi'_{k0}/\varphi_{k0}$ определяется из уравнения (2.2). В области скоростей $v_a < U_0 < \sqrt{\bar\rho/\rho}\ v_a$ неустойчивость КГ не развивается. Для не слишком длинных волн, таких, что $\rho U_0^2/\bar\rho v_a^2 << k\left|\varphi'_{k0}/\varphi_{k0}\right|,\ \ k/\left|U'_0/U_0\right|$, фазовая скорость волны, как следует из (2.4), близка к альвеновской скорости v_a, а инкремент равен [47]

$$\gamma(k)=\frac{1}{2}\frac{\rho}{\bar\rho}v_a\ \mathrm{Im}\frac{\varphi'_{k0}}{\varphi_{k0}}, \tag{2.5}$$

где

$$\mathrm{Im}\frac{\varphi'_{k0}}{\varphi_{k0}}=-\pi\frac{U''(z_c)}{U'(z_c)}\left|\frac{\varphi'_{k0}(z_c)}{\varphi_{k0}(0)}\right|^2$$

(Майлс [44]). В случае $k^2 >> \left|U''/(U-v_a)\right|$ решение (2.2) имеет вид $\varphi_k\approx\varphi_{k0}\exp(-kz)$, а инкремент поверхностных волн экспоненциально убывает с ростом *k*:

$$\gamma(k)\approx-\frac{\rho}{\bar\rho}\frac{v_a\pi}{2}\frac{U''(z_c)}{U'(z_c)}\exp(-2kz_c),\qquad kz_c>>1. \tag{2.6}$$

При $2kz_c << 1$ икремент, напротив, растет с ростом *k*. Это ясно из общих соображений: условия возбуждения очень длинной волны узким резонансным слоем должны улучшаться по мере уменьшения длины волны. Это же подтверждается модельным расчетом с профилем [47]:

$$U(z)=v_a+(U_0-v_a)\left(1-\frac{z}{z_c}\right)^\eta,\qquad \eta=2n+1,\qquad n=0,1,2 \tag{2.7}$$

для которого решение уравнения (2.2) выражается в цилиндрических функциях. При этом величина $\mathrm{Im}(\varphi'_{k0}/\varphi_{k0})$ имеет степенную асимптотику $\sim(kz_c)^\beta/z_c$, $\beta=\left|1-2\eta\right|$ при $2kz_c<<1$. Сравнение с (2.6) показывает, что инкремент достигает максимума при $2k_{\max}z_c\approx 1$ (см. также ПриложениеI). Качественный вид зависимости инкремента от k приведен на рис.6. Результат сохраняется и при $\rho/\bar{\rho} \le 1$, что отличает ветровую неустойчивость от неустойчивости КГ, где $\gamma_{\text{КГ}} \sim k$.

3. ВН КОМЕТНЫХ ХВОСТОВ И КОСМИЧЕСКИХ СТРУЙ

Ввиду трудности аналитического исследования цилиндрической струи рассмотрим вначале волны, распространяющиеся под углом к обтекающему потоку на плоской границе раздела. Профиль скорости $U(z)$ в потоке определяет положение слоя совпадения, а также локальную структуру окрестности резонанса, задаваемую $U'(z_c)$ и $U''(z_c)$. Другое существенное упрощение состоит в том, что в струе (джете, замагниченном кометном хвосте) невозмущенные магнитное поле и скорость считаем однородными, а в потоке (ветре), где учитывается неоднородность профиля скорости $U(z)$, пренебрегаем влиянием магнитного поля. Ниже отметим, к чему приведет учет магнитного поля в ветре.

Физическая картина неустойчивости КГ для дозвукового и сверхзвукового течений существенно отличается (Сыроватский [49]). При величине скачка скорости, меньшем критического значения $u_{cr}^{2/3} = c_{\text{s}}^{2/3} + \bar{c}_{\text{s}}^{2/3}$, где c_{s} и $\bar{c}_{\text{s}}$ - скорости звука в обеих средах), быстрее всего растут те возмущения, волновой вектор $\boldsymbol{k}$ которых параллелен скорости потока $\boldsymbol{U}$. Если же скорость течения превышает U_{cr}, то наиболее быстро растущими становятся волны, распространяющиеся под углом $\theta_{\max} > \arccos(U_{\text{cr}}/U)$ к скорости ветра $\boldsymbol{U}$. Волны, бегущие вдоль ветра, либо под малым к нему углом, становятся устойчивыми. Аналогичное явление, как показано ниже, происходит и при развитии ветровой неустойчивости.

Внутри струи (z<0) имеем $U(z) \equiv \text{const} \equiv U_0$. Плазма находится в однородном продольном магнитном поле H_0 (рис.7) и описывается уравнениями магнитной гидродинамики идеальной жидкости. В плазме ветра (z>0) полагаем H=0. Граничными условиями являются непрерывность давлений (с учетом магнитного) и смещений границ раздела. Возмущенные величины ищем в виде $v \sim v(z)\exp i(k_x x + k_y y - \omega t)$ и т.п. Для дальнейщего важно соотношение между скоростью звука в солнечном ветре c_s, скоростью звука в хвосте $\bar{c}_s$, скоростью потока и альвеновской скоростью $v_a = H_0/\sqrt{4\pi\bar{\rho}_0}$. Здесь и ниже чертой обозначается принадлежность величины к струе, (кометному хвосту, джету).

В ветре (z>0) для амплитуды перпендикулярной к невозмущенному течению компоненты скорости v_z, получим аналог уравнения Рэлея:

$$v_z'' + v_z' \frac{2k_x U'(z)\left(U(z) - \omega/k_x\right)}{c_s^2 \alpha^2(z)} - v_z \left[\frac{U''(z)}{U(z) - \omega/k_x - i\delta} + 2\left(\frac{U'(z) k_x}{c_s \alpha(z)}\right)^2 + \alpha^2(z) \right] = 0 \quad (3.1)$$

где

$$\alpha^2(z) = k^2 - k_x^2 \frac{\left(U(z) - \omega/k_x\right)^2}{c_s^2}, \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (3.1)$$

Штрих означает производную по z, а $\delta \to +0$ (правило обхода особой точки при $\operatorname{Im}\omega = 0$):

$$U(z_c) = \operatorname{Re}\frac{\omega}{k_x} \quad (3.2)$$

При z<0 для амплитуды давления $\overline{p} = H_0 h_x / 4\pi + \overline{\rho}\,\overline{c}_s^2$ $\left(\mathbf{H} = \mathbf{H_0} + \mathbf{h}\right)$ получаем уравнение

$$\overline{p}'' - \overline{\alpha}^2 \overline{p} = 0, \quad (3.3)$$

где

$$\overline{\alpha}^2 \equiv k^2 + \frac{\left(k_x U_0 - \omega\right)^2}{\overline{v}_a^2 \overline{c}_s^2} \left[\frac{k_x^2}{\left(k_x \overline{U}_0 - \omega\right)^2} - \frac{1}{\overline{v}_a^2} - \frac{1}{\overline{c}_s^2} \right]^{-1} \quad (3.3)$$

Возмущенные величины должны либо убывать при $z \to \pm\infty$, либо удовлетворять условию излучения (в зависимости от интервала углов).

Для определения фазовой скорости v_ϕ и инкремента $\gamma = \operatorname{Im}\omega$ поверхностных волн воспользуемся граничными условиями на возмущенной поверхности, что дает при $z=0$:

$$\begin{gathered}
\overline{\zeta} = \zeta, \quad \overline{v}_z = i\left(k_x \overline{U}_0 - \omega\right)\overline{\zeta}, \quad v_z = i\left(k_x U_0 - \omega\right)\zeta, \\
i\rho c_s^2 = \frac{\rho_0}{\alpha_0^2} \left[\left(\frac{v_z'}{v_z}\right)_{z=0} \left(k_x U_0 - \omega\right) - k_x U_0' \right] v_z, \\
\frac{H_0 h_x}{4\pi} + \overline{\rho}\,\overline{c}_s^2 = \frac{i\overline{\rho}_0}{\overline{\alpha}} \left[\frac{k_x^2 v_a^2}{k_x \overline{U}_0 - \omega} - \left(k_x \overline{U}_0 - \omega\right) \right] \overline{v}_z.
\end{gathered} \quad (3.4)$$

Здесь $U_0 \equiv U(0)$, $\alpha_0 = \alpha(0)$, ρ_0 и $\overline{\rho}_0$ - невозмущенные значения плотности плазмы и струи соответственно.

Из системы (3.4) следует дисперсионное уравнение для поверхностных волн:

$$\frac{\rho_0}{\alpha_0^2}\left(U_0 - \frac{\omega}{k_x}\right)\left[\left(\frac{v_z'}{v_z}\right)_{z=0}\left(U_0 - \frac{\omega}{k_x}\right) - U_0'\right] = \frac{\overline{\rho}_0}{\overline{\alpha}}\left[\left(\overline{U}_0 - \frac{\omega}{k_x}\right)^2 - v_a^2\right]. \quad (3.5)$$

При

$$\overline{\rho}_0 >> \rho_0, \qquad \overline{v}_a^2 >> \frac{\rho_0}{\overline{\rho}_0}\overline{c}_s^2 \tag{3.6}$$

(это, в частности согласуется с данными, приведенными в [48]) из (3.5) получаем выражения для инкремента γ и фазовой скорости поверхностной волны[6]:

$$\begin{aligned} &\gamma(k,\theta) \approx \frac{\rho_0}{\overline{\rho}_0}\frac{\left(U_0 - \overline{U}_0 - \overline{v}_a\right)^2}{4\overline{v}_a}\frac{\left|\sin 2\theta\right|}{1-\cos^2\theta\,\dfrac{\left(U_0 - \overline{U}_0 - \overline{v}_a\right)^2}{c_s^2}}\operatorname{Im}\left(\frac{v_z'}{v_z}\right)_{z=0}, \\ &v_\phi \approx \left(\overline{U}_0 + \overline{v}_a\right)\cos\theta + O\left(\rho_0 \big/ \overline{\rho}_0\right). \end{aligned} \tag{3.7}$$

Для нахождения величины $\operatorname{Im}\left(v_z'/v_z\right)_{z=0}$, входящей в выражение инкремента, рассмотрим уравнение, сопряженное к (3.1).

$$Z'' - \left(Z\frac{2k_x U'(z)\left(U(z) - \omega\big/k_x\right)}{c_s^2\alpha^2(z)}\right)' - Z\left[\frac{U''(z)}{U(z) - \omega\big/k_x + i\delta} + 2\left(\frac{U(z)k_x}{c_s\alpha(z)}\right)^2 + \alpha^2(z)\right] = 0. \tag{3.8}$$

Домножая (3.1) на *Z*, а (3.8) на v_z и вычитая второе из первого, а затем интегрируя полученную разность по *z* от 0 до $+\infty$ с учетом вклада полюса, получим

$$\operatorname{Im}\left(\frac{v_z'}{v_z}\right)_{z=0} = -\pi\frac{U''(z_c)}{\left|U'(z_c)\right|}\operatorname{Re}\frac{v_z(z_c)Z(z_c)}{v_z(0)Z(0)}. \tag{3.9}$$

Используя метод ВКБ для (3.1) и (3.8), найдем при достаточно больших *k*

$$v_z(z) \approx Z(z) \approx \alpha^{1/2}(z)\exp\left\{-\int_0^z \alpha(z)\,dz\right\}.$$

Подставляя далее (3.9) в (3.7) , при $kz_c >> 1$ получим

---

[6] Заметим, что для перехода к рассматривавшемуся выше случаю несжимаемой среды необходим учет членов порядка $O\left(\rho_0/\overline{\rho}_0\right)$ в (3.3).

$$\gamma(k,\theta) \approx -\pi \frac{\rho_0}{\bar{\rho}_0} \frac{\left(U_0 - \bar{U}_0 - \bar{v}_a\right)^2}{4\bar{v}_a} \frac{U''(z_c)}{\left|U'(z_c)\right|} \left|\sin 2\theta\right| \left(1 - \cos^2\theta \, \frac{\left(U_0 - \bar{U}_0 - \bar{v}_a\right)^2}{c_s^2}\right)^{-1/2} \times$$
$$\times \exp\left\{ -2k \int_0^{z_c} \left(1 - \cos^2\theta \, \frac{\left(U(z) - \bar{U}_0 - \bar{v}_a\right)^2}{c_z^2}\right)^{1/2} dz \right\}.. \tag{3.10}$$

Учет магнитного поля при $z>0$ не приводит к изменению фазовой скорости (3.7) при условии $\rho_0 << \bar{\rho}_0$, однако слой совпадения расщепляется (на величину v_a), что должно быть существенным при $v_a >> \bar{v}_a$ (Бетчов и Криминале, [57]).

Из (3.10) следует, что при выполнении условий (3.6) и $\left(U_0 - \bar{U}_0 - \bar{v}_a\right)^2 << c_s^2$ (Рэй [29]) инкремент $\gamma \propto \left|\sin 2\theta\right|$ и быстрее всего нарастает возмущение, волновой вектор **k** которого составляет угол $\pi/4$ с $\mathbf{U}(z)$ (рис.8). Использованные условия с учетом (3.7) и (3.2) можно записать в виде

$$\bar{v}_a^2 = \left(U(z_c) - \bar{U}_0\right)^2 >> \frac{\rho_0}{\bar{\rho}_0} c_s^2, \qquad \left(U_0 - \bar{U}_0 - v_a\right)^2 = \left(U_0 - U(z_c)\right)^2 << c_s^2,$$

что означает существенность сжимаемости плазмы внутри хвоста, в то время как плазму солнечного ветра можно считать несжимаемой. Когда эти условия выполняются (в том числе при $v_a \neq 0$), $\theta_{\max}$ зависит от параметров сред. Экстраполируя полученный при $k z_c >> 1$ результат (3.10) на область $k \approx k_{\max}$, можно считать, что $\theta_{\max}$ здась также близко к $\pi/4$.

3.2. Влияние внешнего магнитного поля на геликоидальную структуру сверхзвуковых выброса

Ранее рассматривалась замагниченная струя с магнитным полем **H**, параллельным оси выбросов. Поле создавало упругость границы и обеспечивало существование поверхностных альвеновских волн, резонансное взаимодействие которых с вихрями в обтекающем выброс потоке окружающей среды, где поле не учитывалось ($\mathbf{H} = 0$), приводило к развитию неустойчивости. Давление магнитного поля внутри выбросов стабилизировалось газодинамическим давлением окружающей выброс плазмы.

В настоящем разделе исследован замагниченный выброс, удерживаемый давлением и внешним продольным магнитным полем $\vec{H}$, наличие которого существенно влияет на характер резонанса. Изучается зависимость $\theta_{\max}$ от соотношения между характерными параметрами сред: $\bar{v}_a, v_a, \bar{c}_s, c_s$ (v_a - альвеновская скорость, c_s - скорость звука, черта над буквой здесь и далее обозначает принадлежность к выбросу).

При z>0 находится обтекающая выброс плазма плотности ρ_0, движущаяся со скоростью $U(z)$. При z<0 (внутри выброса) - плазма плотности $\overline{\rho}_0$ в поле $\overline{\vec{H}} \| \vec{H}$. Далее будем рассматривать случай $\overline{\rho}_0 >> \rho_0$ и считать, что неоднородный профиль скорости формируется только в менее плотной среде: $U(z) \equiv 0$ при z<0. Плазму описываем с помощью системы МГД-уравнений [55,42], из которых для перпендикулярной к невозмущенному течению компоненты магнитного поля h_z в потоке находим уравнение, заменяющее (3.1) :

$$h_z'' + h_z' \left[\frac{2U'(U-V)}{(U-V)^2 - v_a^2} - \frac{\left(\alpha^2\right)'}{\alpha^2} \right] - h_z \alpha^2 = 0,$$
$$\alpha^2 \equiv k^2 + k_x^2 \frac{(U-V)^2}{v_a^2 c_s^2} \left[\frac{1}{(U-V)^2} - \frac{1}{v_a^2} - \frac{1}{c_s^2} \right]^{-1}, \qquad V \equiv \frac{\omega}{k_x}. \tag{3.11}$$

Внутри радиовыброса для амплитуды давления $\overline{p}$ по-прежнему верно (3.3). Из непрерывности давления на возмущенной поверхности выброса следует дисперсионное соотношение для поверхностных волн:

$$\rho_0 \frac{\left(V^2 - v_a^2\right)}{\alpha^2(0)} \left(\frac{h_z'}{h_z} \right)_{z=0} = \overline{\rho}_0 \frac{\left(V^2 - \overline{v}_a^2\right)}{\overline{\alpha}}, \tag{3.12}$$

где ρ_0 - плотность плазмы. Далее (как и выше) будем считать, что давление магнитного поля при z<0 намного превышает газодинамическое давление ($\overline{v}_a^2 >> \overline{c}_s^2$) и полагать $\overline{c}_s = 0$ (ср.(3.6)). Таким образом, для удержания радиовыброса должно выполняться условие

$$\overline{\rho}_0 \frac{\overline{v}_a^2}{2} = \rho_0 \frac{v_a^2}{2} + \rho_0 c_s^2 \frac{c_V}{c_p}; \qquad \frac{c_V}{c_p} = \frac{3}{5}.$$

1. В предельном случае несжимаемого потока $c_s \to \infty$ (при этом $\overline{\rho}_0 >> \rho_0$ из условия равновесия) из (3.12) находим выражения для инкремента и фазовой скорости поверхностных волн:

$$\gamma \approx \frac{1}{4} \frac{\rho_0}{\overline{\rho}_0} \frac{\overline{v}_a^2 - v_a^2}{\overline{v}_a} \left| \sin 2\theta \right| \mathrm{Im} \left(\frac{h_z'}{h_z} \right)_{z=0};$$
$$v_\phi \approx \overline{v}_a \cos\theta; \tag{3.13}$$

где $\mathrm{Im}\left(h_z'/h_z\right)$ должна определяться из уравнения (3.1), которое в рассматриваемом случае принимает вид

$$h_z'' + h_z' \frac{2U'(U-V)}{(U-V)^2 - v_a^2} - h_z k^2 = 0, \qquad (z > 0). \tag{3.14}$$

Видно, что наличие продольного магнитного поля в потоке приводит к расщеплению резонанса. Вместо одного резонансного слоя в отсутствии поля при $z > 0$ таких слоев оказывается два $U\left(z_{c2,1}\right) = V \pm v_a$ (при

$V > v_a$) или один $U(z_{c2}) = V + v_a$ (при $V < v_a$). Для исследования полюсов в (3.14) с помощью замены $h_z = g\left[(U-V)^2 - v_a^2\right]^{-1/2}$ получим уравнение, не содержащее слагаемого с первой производной:

$$g'' - g\left\{\frac{U''(U-V)}{(U-V-i\delta)^2 - v_a^2} - \frac{v_a^2 U'^2}{\left[(U-V-i\delta)^2 - v_a^2\right]^2} + k^2\right\} = 0.$$

Действуя,как выше, находим аналог формулы Майлса (см. [58]). В итоге весьма чувствительная к наличию резонансного взаимодействия величина $\mathrm{Im}(h_z'/h_z) = \mathrm{Im}(g'/g)$ выражена через величины, которые можно оценивать менее точно: $\left|g(z_c)\right|^2 \Big/ \left|g(0)\right|^2$; $\left|g'(z_c)\right| \big/ \left|g(0)\right|$. Подставляя в (3.13) их значения для достаточно больших k, когда $g \propto \exp(-kz)$ получим при $c_s >> \bar{v}_a > v_a$:

$$\gamma \approx -\frac{\pi}{8}\frac{\rho_0}{\bar{\rho}_0}\frac{\bar{v}_a^2 - v_a^2}{\bar{v}_a}\left|\sin 2\theta\right| \left\{ \begin{aligned} & k\left[\exp(-2kz_{c2}) + \exp(-2kz_{c1})\right] + \\ & + \frac{1}{z_{c2} - z_{c1}}\left[\frac{U'(z_{c2})}{U'(z_{c1})}\exp(-2kz_{c2}) - \frac{U'(z_{c1})}{U'(z_{c2})}\exp(-2kz_{c1})\right] \end{aligned} \right\}$$

.

и при $c_s >> v_a > \bar{v}_a$:

$$\gamma \approx -\frac{\pi}{8}\frac{\rho_0}{\bar{\rho}_0}\frac{v_a^2 - \bar{v}_a^2}{\bar{v}_a}\left|\sin 2\theta\right|\left(\frac{U'(z_{c2})}{2v_a} + k\right)\exp(-2kz_{c2}) \tag{3.14$'$}$$

Как видно отсюда, быстрее всего нарастает волна, бегущая под углом $\pi/4$ к потоку. При $v_a \to 0$ $(z_{c2} - z_{c1}) \to 0$ (3.14) переходит в (2.6). Если v_a достаточно велико и полюсы z_{c2} и z_{c1} находятся далеко друг от друга $k(z_{c2} - z_{c1}) >> 1$, то достаточно сохранить слагаемое с $\exp(-2kz_{c1})$. В другом предельном случае, когда $v_a >> c_s, \bar{v}_a$ и выброс удерживается в основном давлением магнитного поля , из (3.12) находим

$$g \approx -\bar{v}_a \frac{\sin^4 q \cos q}{\left(1 + \sin^2 q\right)^{3/2}} \mathrm{Im}\left(\frac{h_z'}{h_z}\right)_{z=0}, \qquad v_f \approx \bar{v}_a \cos q \sqrt{1 + \sin^2 q}. \tag{3.15}$$

В потоке, согласно (3.11), имеется два резонансных слоя:

$$U(z_{c2}) = V + v_a, \quad U(z_{c3}) = V + \frac{v_a}{\cos\theta},$$

и в области не слишком малых углов θ, где вклад полюса в z_{c3} несущественен, получим в ВКБ-приближении

$$\gamma \approx \frac{\pi}{2}\bar{v}_a \frac{\sin^4\theta \cos\theta}{\left(1 + \sin^2\theta\right)^{3/2}} k \exp\left\{-2k\int_0^{z_{c2}} \sqrt{1 - \cos^2\theta\, \frac{U^2(z)}{v_a^2}}\, dz\right\} \tag{3.16}$$

Если на большой части промежутка от нуля до z_{c2} выполняется неравенство $U^2(z) << v_a^2$, то угловая зависимость γ определяется в основном предэкспоненциальным множителем, и γ имеет максимум при $\theta = \theta_{\max} \approx \arccos\sqrt{2-\sqrt{3}} \approx 60^o$.

3. В случае, когда $v_a \approx c_s$ и соответственно в окружающей выброс плазме давление магнитного поля и газодинмическое давление сравнимы, выражения для γ и v_ϕ весьма громоздки. Результат численного анализа угловой зависимости γ приведен на рис.9. С увеличением магнитного поля в потоке (увеличением v_a) положение максимума γ смещается от $\theta_{\max} \approx \arccos 45^o$ $(c_s >> v_a)$ до $\theta_{\max} \approx \arccos\sqrt{2-\sqrt{3}} \approx 60^o$ $(c_s << v_a)$.

Таблица (по данным о параметрах плазмы в хвосте и в солнечном ветре, собранным в работе Рэя [48])

Комета	Плотность плазмы 10^{-24} г / см^3		Скорость течения плазмы, км / с		Альфвеновская скорость, км / с		Скорость звука, км / с	
	хвост $\bar{\rho}_0$	ветер ρ	хвост $\bar{U}_0$	ветер $U_{\max}$	хвост $\bar{v}_a$	ветер v_a	хвост $\bar{c}_S$	ветер c_S
Когоутека 1973 г.	280	30	235	540	25,8	50	2,2	49
Аренда-Роланда 1957 г.	840	15	70	500	8,2	34	2,2	43
Морхауза 1908 г.	840	5	40	300	3,7	34	2,2	37

3.3. Ветровая неустойчивость цилиндрического радиовыброса

Волнам, распространяющимся под углом к скорости потока $\vec{U}$ на плоской границе раздела сред, в которых величины $\propto \exp i\left(k_x x + k_y y - \omega t\right)$, соответствуют винтовые возмущения цилиндрической струи, $\propto \exp i\left(kx + m\varphi - \omega t\right)$, где $m = 0,1,2\ldots$ - азимутальное число. Анализ винтовых волн при произвольном соотношении между характерными параметрами сред математически сложен. Однако в предельном случае несжимаемой плазмы в потоке $(c_s \to \infty)$ и равной нулю скорости звука в струе $(\bar{c}_s = 0)$ нетрудно получить выражение для инкремента неустойчивости.

Рассмотрим струю радиуса R, обтекаемую потоком плазмы. Профиль скорости выберем в виде: $U = U(r) << c$ при $r > R$ и $U \equiv 0$ при $r < R$ (рис.10). Для магнитного давления в струе получим

$$\overline{p}_H'' + \frac{1}{r}\overline{p}_H' - \overline{p}_H\left[\frac{\overline{v}_a^2 - V^2}{\overline{v}_a^2}k^2 + \frac{m^2}{r^2}\right] = 0. \tag{3.17}$$

Здесь штрих означает производную по r, $V \equiv \omega/k$. Ограниченное при $r = 0$ решение (3.17) имеет вид

$$\overline{p}_H = \overline{p}_H(R) I_m^{-1}\left[\left(1 - \frac{V^2}{\overline{v}_a^2}\right)^{1/2} kR\right] I_m\left[\left(1 - \frac{V^2}{\overline{v}_a^2}\right)^{1/2} kr\right], \tag{3.18}$$

где $I_m(x)$ - модифицированная функция Бесселя. На возмущенной поверхности струи $(r = R + \zeta)$

$$\overline{p}'_H = -\overline{\rho}_0 k^2\left(\overline{v}_a^2 - V^2\right)\zeta.$$

Откуда, используя (3.18) находим

$$\overline{p}_H\Big|_{r=R+\zeta} = -\overline{\rho}_0 k\left(\overline{v}_a^2 - V^2\right)\frac{I_m\left[\left(1 - \frac{V^2}{\overline{v}_a^2}\right)^{1/2} kR\right]}{I_m'\left[\left(1 - \frac{V^2}{\overline{v}_a^2}\right)^{1/2} kr\right]_{r=R}}\zeta$$

Давление в потоке

$$p\Big|_{r=R+\zeta} = \rho_0 V\left[V\left(\frac{v_r'}{v_r}\bigg|_{r=R} + \frac{1}{R}\right) + U'(R)\right]\frac{k^2R^2}{k^2R^2 + m^2}\zeta.$$

Из равенства давлений при $(r = R + \zeta)$ получаем дисперсионное уравнение

$$\begin{gathered}\rho_0 V\left[V\left(\frac{v_r'}{v_r}\bigg|_{r=R} + \frac{1}{R}\right) + U'(R)\right]\frac{k^2R^2}{k^2R^2 + m^2} = \\ = \overline{\rho}_0 k\left(V^2 - \overline{v}_a^2\right) I_m\left[\left(1 - \frac{V^2}{\overline{v}_a^2}\right)^{1/2} kR\right] I_m'^{-1}\left[\left(1 - \frac{V^2}{\overline{v}_a^2}\right)^{1/2} kr\right]_{r=R}\end{gathered} \tag{3.19}$$

Если $\overline{\rho}_0 >> \rho_0$,, то $V \approx \overline{v}_a$ и можно воспользоваться асимптотическим разложением $I_m(x)$ и $I_m'(x)$ при малых значениях аргумента. Тогда (3.19) переходит в

$$\rho_0 V\left[V\left(\frac{v_r'}{v_r}\bigg|_{r=R} + \frac{1}{R}\right) + U'(R)\right]\frac{R}{k^2R^2 + m^2} = \overline{\rho}_0\frac{1}{m}\left(V^2 - \overline{v}_a^2\right). \tag{3.20}$$

Уравнение Рэлея для v_r в потоке имеет вид

$$v_r'' + \frac{Q(r)}{r} v_r' - v_r \left[\frac{U''(r) - U'(r)\psi(r) r^{-1}}{U(r) - V - i\delta} + \frac{\psi}{r^2} + k^2 + \frac{m^2}{r^2} \right] = 0, \tag{3.21}$$

где

$$\psi(R) = \frac{k^2 r^2 - m^2}{k^2 r^2 + m^2}, \qquad Q(r) = \frac{k^2 r^2 + 3m^2}{k^2 r^2 + m^2}.$$

Вычисления, аналогичные проведенным выше, позволяют отсюда определить мнимую часть величины $\left(v_r'/v_r\right)_{r=R}$ входящей в (3.20). Получаем при $U'(R_c) > 0$

$$\operatorname{Im} \left. \frac{v_r'}{v_r} \right|_{r=R} \approx -\pi \left[\frac{U''(R_c)}{U'(R_c)} - \frac{1}{R_c} \frac{(kR_c)^2 - m^2}{(kR_c)^2 + m^2} \right] \frac{K_m^2(kR_c)}{K_m^2(kR)}. \qquad 3.22)$$

Здесь R_c определяет положение резонансного слоя $U(R_c) = \operatorname{Re} V$. Из (3.20) находим выражение для инкремента γ поверхностных волн при $\overline{\rho}_0 >> \rho_0$:

$$\gamma_m(k) \approx \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{\overline{\rho}_0} \overline{v}_a \frac{kR_m}{k^2 R^2 + m^2} \operatorname{Im} \left. \frac{v_r'}{v_r} \right|_{r=R}. \tag{3.23}$$

Используя равномерное разложение функции Макдональда $K_m(x)$ при $m \to \infty$, которое, однако, обладает достаточной точностью вплоть до $m \approx 1$, (аналогично формуле Стирлинга для $m!$) из (3.22) и (3.23) получим следующее выражение для инкремента поверхностных волн:

$$\begin{aligned} \gamma_m(k) \approx {} & -\frac{\pi}{2} \frac{\rho_0}{\overline{\rho}_0} \overline{v}_a \frac{mkR}{(kR)^2 + m^2} \left[\frac{U''(R_c)}{U'(R_c)} - \frac{1}{R} \frac{(kR_c)^2 - m^2}{(kR_c)^2 + m^2} \right] \times \left[\frac{(kR)^2 + m^2}{(kR_c)^2 + m^2} \right]^{1/2} \times \\ & \times \left(\frac{R}{R_c} \right)^{2m} \left(\frac{m + \left[(kR_c)^2 + m^2 \right]^{1/2}}{m + \left[(kR)^2 + m^2 \right]^{1/2}} \right)^{2m} \exp\left\{ -2 \left[\left((kR_c)^2 + m^2 \right)^{1/2} - \left((kR)^2 + m^2 \right)^{1/2} \right] \right\} \end{aligned} \tag{3.24}$$

при $k(R_c - R) >> 1,$ или $m >> 1$.

Отсюда находим:

$$\gamma_m(k) \sim m \exp\left[-2k(R_c - R) \right] \quad \text{при} \quad m^2 << (kR)^2 \tag{3.25}$$

$$\gamma_m(k) \sim m^{-1} \left(R/R_c \right)^{2m} \quad \text{при} \quad m^2 >> (kR)^2, \tag{3.25'}$$

откуда следует, что γ имеет максимум при

$$m = m_{\max} \approx kR. \qquad (3.26)$$

Проекции k_y волнового вектора на плоской границе соответствует величина m/R в цилиндрической геометрии. Таким образом, зная величину $\theta_{\max}$ на плоскости, можем оценить $m_{\max}$:

$$m_{\max} \approx k_x R . \mathrm{tg}\,\theta_{\max} . \qquad (3.27)$$

Условия $c_s \to \infty$ и $\overline{c}_s = 0$, при которых справедливы результаты, полученные в данном параграфе, совпадают с условиями, при которых $\theta_{\max} \approx \pi/4$ (см. (3.10)). Подставляя $\theta_{\max} \approx \pi/4$ в (3.27), получим

$$m_{\max} \approx k_x R.. \qquad (3.27')$$

Сравнивая (3.27) и (3.26), видим, что обе оценки $m_{\max}$ дают сходные результаты и можно пользоваться оценкой (3.27) для $m_{\max}$.

3.4. ВН релятивистского радиовыброса (джета)

В то время как в масштабах килопарсека и более движение в джетах, скорее всего, субрелятивистское [26], “сверхсветовые” движения, которые при подходящей геометрии наблюдаются в парсековых джетах, связывают с релятивистским движением плазмы. Односторонний характер выбросов в некоторых объектах (например, в 3С273) также часто рассматривают как признак релятивистской струи. Результаты работ по неустойчивости КГ релятивистского тангенциального разрыва [59-61,10] показали, что инкремент существенно меньше, чем для суб и нерелятивистских скоростей. В пределе $U_0 \to c, \gamma \to 0$. Аналогично ведет себя и инкремент ВН [61,62] .

Если скорость потока $U(z)$ сравнима со скоростью света, то для описания движения плазмы необходимо использовать уравнения релятивистской гидродинамики [17]

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = 0, \qquad T_{ik} = wU_i U_k + p\delta_{ik},$$

где T_{ik} - тензор энергии-импульса, w - плотность энтальпии, p -давление, U_i - 4-скорость, x_k - 4-координата. Внутри струи $U(z) = 0$ и плазма в однородном магнитном поле H_0 описывается МГД-уравнениями (с учетом тока смещения).

В общем случае уравнение Рэлея, дисперсионное уравнение и следующее из них выражение для инкремента поверхностных волн достаточно сложны (см.[61]) и мы не будем их здесь воспроизводить. В чисто иллюстративных целях приведем инкремент γ (при $kz_c >> 1$) для ультражесткого уравнения состояния ($c_s = c$) в потоке:

$$\gamma(k,\theta) \approx -\frac{\pi}{4}\frac{w_0}{\bar{\rho}_0 c^2}\Gamma_0^2 \frac{\left(U_0 - v_a^*\right)^2 v_a^*}{\bar{v}_a^2} \frac{|\sin 2\theta|}{1-\frac{v_a^{*2}}{c^2}\cos^2\theta} \times$$

$$\times\left[\frac{U''(z_c)}{U'(z_c)} + 2\frac{v_a^*|U'(z_c)|}{c^2 - v_a^{*2}}\right]\exp\left\{-2kz_c\left(1-\frac{v_a^{*2}}{c^2}\cos^2\theta\right)^{1/2}\right\}, \tag{3.28}$$

$$v_a^* \equiv \bar{v}_a\left(1+\frac{\bar{v}_a^2}{c^2}\right)^{-1/2}, \quad \Gamma_0 \equiv \left(1-\frac{U_0^2}{c^2}\right)^{-1/2}, \quad v_\phi \approx v_a^*\cos\theta.$$

Релятивистский характер движения приводит к смещению максимума инкремента ВН в область более коротких длин волн и меньших азимутальных чисел.

$$\begin{aligned} k_{\max} &\approx \left(2z_c\right)^{-1}\left(1+\frac{\bar{v}_a^2}{2c^2}\right)^{1/2}, \\ m_{\max} &\approx 2\pi\left(1+\frac{\bar{v}_a^2}{c^2}\right)^{-1/2}\frac{R}{\lambda_{\max}}. \end{aligned} \tag{3.29}$$

3.5. Неоднородный профиль скорости в более плотной среде

Выше для ВН облаков радиогалактик и джетов было получено дисперсионное уравнение, которое анализировалось в предположении, что обтекающий поток с неоднородным профилем скорости менее плотен, чем облака или струя. Ниже рассмотрена неустойчивость цилиндрических радиоструй, причем проанализирована ВН менее плотной сжимаемой струи. В последнем случае отличается физическая картина неустойчивости (существенна дисперсия, благодаря чему играет роль целая резонансная область в потоке).

Рассматривая систему гидродинамических уравнение вне струи $(r > R)$, получим аналог уравнения Рэлея для амплитуды радиальной скорости v_r:

$$v_r'' + \frac{1}{r}v_r' - v_r\left[\frac{U''(r) - \frac{1}{r}U'(r)}{U(r) - \frac{\omega}{k} - i\delta} + \frac{1}{r^2} + k^2\right] = 0. \tag{3.30}$$

Здесь штрих означает производную по $r, \delta > 0$ - малая добавка, определяющая правило обхода особой точки, соответствующей резонансу в слое совпадения r_c, где $U(r_c) = v_\phi = \mathrm{Re}(\omega/k)$. Здесь и далее считаем $U'(r_c) > 0$.

Для определения фазовой скорости v_ϕ и инкремента γ поверхностных волн воспользуемся граничными условиями на возмущенной поверхности струи $r = R + \zeta$:

$$\begin{aligned} &\zeta_1 = \zeta_2, \quad v_{r1} = i\left(kU_0 - \omega\right)\zeta_1, \quad v_{r2} = -i\omega\zeta_2 \\ &ik^2 p_1(R) = \rho_1 v_{r1}(R)\left[\left(kU_0 - \omega\right)\left(\left.\frac{v_r'}{v_r}\right|_{r=R} + \frac{1}{R}\right) - kU_0'\right]. \end{aligned} \tag{3.31}$$

Здесь p_1 - амплитуда давления. Остальные условия выпишем только для предельного случая дозвукового течения при v_a, $U_0 << c_s$ (c_s - скорость звука в струе, $U_0 \equiv U(R)$, $v_a = H_0 / \sqrt{4\pi\rho_2}$):

$$v_\phi \left(c_s^2 \rho' + \frac{H_0 h_x}{4\pi} \right) = i v_{r2} \rho_2 \left(v_\phi^2 - \frac{H_0^2}{4\pi\rho_2} \right).$$

Из системы (3.31) в случае дозвукового течения следует дисперсионное соотношение:

$$\rho_1 \left(U_0 - v_\phi \right) \left[\left(\left. \frac{v_r'}{v_r} \right|_{r=R} + \frac{1}{R} \right) \left(U_0 - v_\phi \right) - U_0' \right] = \rho_2 k \left(v_\phi^2 - v_a^2 \right). \tag{3.32}$$

Оно является обобщением на цилиндрический случай результата, полученного ранее для плоскости.

Из (3.30) и (3.32) для случая $\rho_2 / \rho_1 << 1$ получаем выражение для инкремента и фазовой скорости, справедливое в области максимума инкремента по *k*

$$\begin{aligned} \gamma(k) &\approx -\pi \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 \frac{\left(U_0^2 - v_a^2 \right)^2}{\left(U_0' \right)^3} \left[\frac{U''(r_c)}{U'(r_c)} - \frac{1}{r_c} \right] k^3 e^{2k(R - r_c(k))}, \\ v_\phi(k) &\approx U_0 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{U_0^2 - v_a^2}{U_0'} k. \end{aligned} \tag{3.33}$$

Выражения (3.33) справедливы, если выполняются неравенства:

$$kR >> 1, \qquad U_0 >> \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{U_0^2 - v_a^2}{U_0'} k$$

Переходя в пределе к плоскому случаю, получаем выражение для инкремента:

$$\gamma(k) \approx -\pi \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 \frac{\left(U_0^2 - v_a^2 \right)^2}{\left(U_0' \right)^3} \frac{U''(z_c)}{U'(z_c)} k^3 e^{-2kz_c(k)}.$$

.

Считаем, что профиль $U(z)$ относится к полупространству $z > 0$, $z_c(k)$ определяется из условия резонанса $U(z_c) = v_\phi(k)$. Если в ситуации, когда профиль $U(z)$ находился в менее плотной среде, для не слишком малых *k*, где достигается максимум инкремента, дисперсия отсутствовала $\left(v_\phi \approx v_a \right)$, то теперь, как видно из (3.33), дисперсия становится существенной. Это, как отмечалось выше, приводит к отличающейся картине неустойчивости: вместо узкого резонансного слоя появляется целая резонансная область в потоке ($z_c(k) = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{U_0^2}{U_0'^2} k$ при $U_0 >> v_a$). Инкремент в этом случае пропорционален квадрату отношения плотностей.

Используя модельный профиль

$$U(r)=U_0\left[2-\exp\left(-\frac{(r-R)}{L}\right)\right], \tag{3.34}$$

находим, что при $U_0 >> v_a$ в случае (3.33) максимум инкремента достигается при

$$k_{\max}^{МФ}\approx\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}\frac{1}{L}. \tag{3.35}$$

На больших $k >> k_{\max}^{МФ}$ длина волны возмущения становится значительно меньше поперечного масштаба сдвига, и характер неустойчивости приближается к обычной неустойчивости КГ, когда скорость в потоке (на расстояниях порядка длины волны) можно считать постоянной. Соответствующий инкремент растет линейно с k: $\gamma^{КГ}(k)\approx\frac{\sqrt{\rho_1\rho_2}}{\rho_1+\rho_2}kU_0$. Вязкий коэффициент поглощения растет квадратично с k: $\gamma_{diss}=-2\nu k^2$. Поэтому и для больших k инкремент $\gamma(k)=\gamma^{КГ}+\gamma_{diss}$ проходит через максимум при $k_{\max}^{КГ}=\sqrt{\rho_1/\rho_2}\,U_0/4\nu$, считая $\rho_1 << \rho_2$. Согласно газокинетической оценке $\nu\sim c_s\,l$, где l - длина свободного пробега. Отсюда получаем

$$\lambda_{\max}^{КГ}\sim 8\pi\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}\frac{c_s}{U_0}l. \tag{3.36}$$

При $\gamma_{\max}^{МФ} << \gamma_{\max}^{КГ}$ длинноволновое возмущение реализуется на фоне размытия (турбулизации) границы, вызванного нелинейной стадией неустойчивости КГ.

3.6. Оценки некоторых параметров космических струй в рамках модели ВН

Результаты, полученные выше, позволяют оценить некоторые параметры радиовыбросов.[7] Так, зная инкремент неустойчивости поверхностных волн, можно определить отношение плотности плазмы в межгалактической среде к плотности выброса, если $\rho_0 << \overline{\rho}_0$. При $c\to\infty$ из (3.10), полагая $|U''(z_c)||U'(z_c)|\sim z_c^{-1}$ имеем $\rho_0/\overline{\rho}_0\sim\gamma_{\max}/\omega$. Рассмотрим радиоисточник, ассоциируемый с NGC1265 и IC310 [19]. Расстояние до радиогалактики составляет ~ 60 Мпс, скорость внутри скопления $U_\infty\approx 2\times10^3$ км/с, протяженность "хвоста" на волне 1,4 ГГц составляет 150 кпс, время существования хвоста $\geq 10^6$ лет. На

[7] Мы остаемся здесь в рамках рассморенных выше простейших моделей. Заметим, что и некоторые более сложные модели, такие, например, как ставшая весьма популярной модель Лэнга (с. 95 в [14] и с.147 в [15]) для радиоисточников типа FR I , в которой быстрая центральная струя джета с поперечным магнитным полем окружена более медленным сдвиговым слоем с параллельным полем, по-видимому не противоречат заложенным в них условиям, так как для ВН существенны свойства лишь достаточно тонкого поверхностного слоя.

радиоизофотах видны характерные волнообразные искажения границы облака с возрастающей при удалении от головной части радиогалактики амплитудой (рис.1). Из условий равенства магнитного и кинетического давлений на границе магнитосферы $v_a \approx \sqrt{2\,\rho_\infty/\overline{\rho}}\,U_\infty \cos\theta$, где ρ_∞ - плотность обтекающей среды, θ - угол между локальной нормалью к невозмущенной границе облака и направлением движения радиогалактики.

Необходимое условие ветровой неустойчивости $U_0 \approx U_\infty \sin\theta > v_a$ выполняется для углов $\theta > \theta_{\text{п}} \approx \operatorname{arctg}\sqrt{2\rho_\infty/\overline{\rho}}$. Выделенность масштаба $\lambda \approx 20$ кпс в длинноволновой части спектра можно связать с максимумом инкремента [62] ветровой неустойчивости. Полагая в (2.6) $U''(z_0)/U'(z_0) \sim z_c^{-1}$ и не учитывая сжатие межгалактического газа лобовой волной $\rho \sim \rho_\infty$ имеем : $\gamma_{\max} \approx (\rho_\infty/\overline{\rho})(2\pi^2/T)$, где период колебаний $T \sim \lambda/v_a$. Оценивая $\gamma_{\max} T$ из рис. получаем $\rho_\infty/\overline{\rho} \sim 10^{-1} \div 10^{-2}$, что соответствует и оценке порогового угла $\theta_{\text{п}} \le 30^o$. Эти оценки значительно менее надежны, чем определение масштаба λ, в частности , из-за различающейся картины радиоизофот на разных частотах.

Аналогично , оценивая $\gamma_{\max}/\omega$, для Геркулеса А [27] находим $\rho_0/\overline{\rho}_0 \sim 0{,}1 \div 0{,}01$.

В противоположном предельном случае $\rho_0 >> \overline{\rho}_0$ (профиль скорости в более плотной среде) отношение плотностей может быть оценено при помощи формулы (3.35) по одному лишь отношению длины волны наблюдаемых возмущений к радиусу струи, легко измеряемому по изофотам радиовыброса.

Для примера рассмотрим выброс в квазаре 3С273, изофоты которого [63] представлены на рис.11. Считая выброс нерелятистским, из (3.35) полагая $U_0' \sim U_0/L$, где $L \sim 3R$ - характерный поперечный масштаб сдвига, получаем:

$$\frac{\overline{\rho}_0}{\rho_0} \approx \frac{(4\pi)^3}{3}\left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 \approx 60.$$

Аналогичным образом в случае релятивистского течения из [61] может быть оценена комбинация параметров

$$\frac{\overline{w}_0}{w_0}\Gamma^{-4} \approx \frac{(4\pi)^2}{3}\left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 \approx 60.$$

Формула $m_{\max} \approx k_{\max} R$ позволяет оценить величину $m_{\max}$, если выполняются неравенства $\overline{\rho}_0 >> \rho_0$, $c_s >> \overline{v}_a >> \overline{c}_s$ и течение нерелятивистское. Например, измеряя по радиоизображениям [27] радиус выброса R и длину волны $\lambda_{\max} = 2\pi/k_{\max}$ для Геркулеса А, получим $m_{\max} \approx 2 \div 3$.

Если учесть, что ось выброса может составлять угол α с направлением на наблюдателя, то для оценок отношения $\overline{\rho}_0/\rho_0$ и $m_{\max}$ величину λ, измеряемую по изофотам, необходимо заменить на $\lambda/\sin\alpha$, что приведет к уменьшению величин $\overline{\rho}_0/\rho_0$ и $m_{\max}$.

Согласно результатам, полученным в [58], по углу закрутки спиральной структуры может быть определено соотношение между газодинамическим давлением и давлением магнитного поля в окружающей выброс межгалактической среде. С ростом величины продольного магнитного поля в потоке (увеличением v_a) положение максимума смещается от $\theta_{\max} = 45^o$ $(c_s >> v_a)$ до $\theta_{\max} \approx 60^o$ $(c_s << v_a)$. Поскольку угол закрутки спиральной структуры в Геркулесе А близок к $45^{\rm o}$, то по-видимому, сильное продольное магнитное поле в обтекающем выброс потоке плазмы отсутствует $(c_s >> v_a)$, и удержание происходит в основном за счет газодинамического давления окружающей среды.

Последние детальные наблюдения (в оптике [64] и рентгене [65], рис. 12) хозяйской галактики этого радиоисточника (это центральная cD-галактика скопления[8]) и ее окружения в совокупности с измерениями деполяризации радиоизлучения (эффекта Лэнга - Каррингтона) позволяют оценить температуру окружающего газа (3 keV), лучевую плотность частиц (6,2 10^{20} cm^{-2}) и внешнее магнитное поле вблизи облаков. Это дает принципиальную возможность сравнения приведенных выше соотношений с наблюдениями.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

СТРУКТУРА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ РЭЛЕЯ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОГО СЛОЯ

Выражение для мнимой части логарифмической производной скорости (v'/v) через относительный квадрат модуля скорости в критическом слое существенно потому, что последняя величина не столь чувствительна к наличию особенности и может быть оценена достаточно грубо.

Для того, чтобы убедиться в этом, рассмотрим поведение решений уравнения Рэлея

$$v'' - v\left(\frac{U''(z_c)}{U(z) - V} + k^2\right) = 0 \qquad (\text{П}1.1)$$

вблизи особой точки z_c, где $U(z_c) = V$.

При z, близких к z_c, получаем

[8] Определенную сложность в случае радиогалактик типа голова - хвост (ср. рис.1) представляет незнание трехмерной ориентации хвоста относительно градиента плотности в скоплении. Поэтому ряд авторов отдает предпочтение одиночным источникам. Для центральной галактики скопления такой проблемы нет.

$$v'' - v\left(\frac{U''(z_c)}{U'(z_c)(z - z_c)} + k^2\right) = 0 \qquad (\text{П}1.2)$$

откуда

$$(z - z_c)v'' - v\frac{U''(z_c)}{U'(z_c)} = 0. \qquad (\text{П}1.3)$$

Видно,что одно из решений в критическом слое проходит через ноль:

$$v(z = z_c) = 0, \qquad v''(z = z_c) = \text{const}, \qquad (\text{П}1.4)$$

а другое остается ограниченным при том, что вторая производная v'' обращается в бесконечность:

$$v(z = z_c) \neq 0, \qquad v''(z \to z_c) \approx \frac{1}{z - z_c} \to \infty. \qquad (\text{П}1.5)$$

Интегрируя, находим для этого интересующего нас решения вблизи от особенности

$$v(z) \approx v(z = z_c)\left[1 + (z - z_c)\ln(z - z_c)\frac{U''(z_c)}{U'(z_c)}\right]. \qquad (\text{П}1.6)$$

Таким образом, значение скорости $v(z_c)/v(0)$ достаточно точно описывается регулярной частью решения,что и позволяет его легко оценить.

Тот же результат может быть получен, если свести (3.31) путем замены $x \leftrightarrow 2k(z - z_c)$ к уравнению Уиттекера [66]

$$v'' + \left[-\frac{1}{4} + \frac{\lambda}{x}\right]v = 0, \qquad (\text{П}1.7)$$

где $\lambda = -U''(z_c)/2U'(z_c)k$

Решениями уравнения (П1.7) являются функции Уиттекера

$$\begin{aligned} M_{\lambda,1/2}(x) &= \exp\left(-\frac{x}{2}\right)M(1-\lambda,2,x) \\ W_{\lambda,1/2}(x) &= \exp\left(-\frac{x}{2}\right)U(1-\lambda,2,x). \end{aligned} \qquad (\text{П}1.8)$$

Здесь M и U - вырожденные гипергеометрические функции. При малых x [67] U имеет особенность:

$$U(1-\lambda,2,x) \approx \frac{x^{-1}}{\Gamma(1-\lambda)} + O\left(|\ln x|\right)$$

и соответственно

$$W_{\lambda,\frac{1}{2}}\left(x\right)\approx\frac{1}{\Gamma\left(1-\lambda\right)}+xO\left(\left|\ln x\right|\right).$$

Т.е. $W_{\lambda,\frac{1}{2}}\left(x\right)$ представляет собой ограниченное решение в резонансной точке x=0.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D. S. De Joung. Annual. Rev. Astron. and Astrophys. 1976, v. 14, p. 447 - 474.

2. J.P.Leahy & R.A.Perley. Astron.J., 1991, v.102, № 2, 537-561. (fig ?)

3. A.H.Bridle , D.H.Hough, C.J.Lonsdale, J.O.Burnes, R.A.Laing. Astron.J., 1994, v.108, № 3, 766-820. (fig)

4. C. M. Begelman, R. D. Blanford, M. J. Rees. Rev. Mod. Phys. 1984, v. 56, № 2, p. 255 - 351.

5. A. H. Bridle, R. A. Perley. Annual. Rev. Astron. and Astrophys. 1984, v. 22, p. 319 - 358.

6. R.Blandford. In : Active Galactic Nuclei. Eds.: R Blandford, H.Netzer, L.Voltjer, 1992, Berlin, Springer.

7. C.J.Lada. Ann.Rev.Astron.Astrophys., 1985, v. 23, p.267- 317.

8. Л. С. Марочник. Успехи физ. наук. 1964, т. 82, № 2, с. 221 - 252.

9. T. K. Breus. Space Sci. Rev. 1982, v. 32, p. 361 - 376.

10. A.Ferrari, E.Trussoni, L.Zaninetti. Astron. Astrophys. 1978, v. 64, № 1, p.43-52.

11. P.E.Hardee, Astrophys. J. 1979, v. 234, № 1, p. 47 - 55.

12. T. Ray , A. I. Ershkovich. Monthly. Not. Roy. Astron. Soc. 1983, v. 204, № 4, p. 821 - 833.

13. Physics of Energy Transport in Extragalactic Radio Sourses, Eds.: A.H.Bridle and J.A.Eilec. Green Bank, NRAO, 1984.

14. Astrophysical jets. Eds.: D.Burgarella, M.Livio, C.P.O'Dea. Cambridge, CUP, 1993.

15. Extragalactic Radio Sources, IAU Symp. № 175, Eds.: R.Ekers, C.Fanti, L.Padrielli, Dordrecht, Kluver AP,1996, 631 p.

16. Energy Transport in Radio Galaxies and Quasars, eds.: P.Hardee, A.Bridle & A.Zensus, A. S. P. , San Francisko, 1997.

17. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Гидродинамика.-М.: Наука,1986, 736 с.

18. Ю. А. Степанянц, А. Л. Фабрикант. Распространение волн в сдвиговых потоках. Москва, Наука, 1996, 240 с.

19. K. I Wellington, G. K Miley, H. Van der Laan. Nature. 1973, v. 244, № 5416, p. 502 - 504.

20. G. K. Miley. Astron. and Astrophys. 1973, v. 26, № 3, p. 413 - 421.

21. W. J. Jaffe, G. C. Perola, Astron. and Astrophys. 1973, v. 26, № 3, p. 423 - 435.

22. J. R. Spreiter, A. L. Summers., A.Y. Alksne. Planet and Space Sci. 1966, v. 14, № 1, p. 223 - 253.

23. С. И. Сыроватский. Журн. эксперим.и теор.физ. 1953, т.24, № 6, с.622 - 630.

24. G. M. Blake. Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1972, v.156, p.67

25. B.Sorathia, N.Bartel, M.Bietenholz, C.Carilli and P.Diamond. In: “Cygnus A: Study of Radio Galaxy, eds. C.L.Carilli, D.E.Harris, 1996, Cambridge, CUP, p.86.

26. C.L.Carilli, P.D.Barthel. Cygnus A, Astr. Astrophys. Rev. 1996, v.7, № 1, p. 1-54.

27. J. W. Dreher., E. D. Feigelson. Nature. 1984, v. 308, № 5954, p. 43 - 45.

28. T. P. Ray, T.W.B. Muxlow, D.J.Axon, A.Brown, D. Corocan, J Dyson & R. Mundt. Nature, 1997, v.385, № 6615, p. 415 - 417.

29. T. P. Ray. Planet Space Sci. 1982, v. 30, p. 245 - 250.

30. K. Jockers. Astron. Astrophys. Suppl.Ser. 1985, v. 62, p.791-838.

31. M. Birkinshow. Monthly. Not. Roy. Astron. Soc. 1984, v. 208, № 4, p. 887 - 903.

32. M.L.Norman, L.Smarr, Winkler K.H.A. & M.D.Smith. Astron. Astrophys. 1982, v. 113, № 1, p.285-302.

33. P.E.Hardee, M.A.Cuper, M.L.Norman & J.M.Stone. Astrophys. J. 1992, v. 399, № 2, p. 478 - 494.

34. B.B.Кадомцев, Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976, 238 с.

35. S.Appl, Astron. Astrophys. 1996, v. 314, № 3, p.995-1002.

36. S.Appl and C.Camezind, Astron. Astrophys. 1993, v. 274, № 3, p.699-706.

37. Y.Todo, Y.Uchida, T.Sato, R.Rosner, Astrophys. J. 1993, v. 403, № 1, p.164-174.

38. G.V.Ustugova , A.V.Koldoba, M.M.Romanova, V.M.Chechetkin & R.V.E.Lavelace. Astrophys. J. 1995, v. 439, № 1, p.L39 - L42.

39. R. Ouyed, R.E.Pudritz, J.M.Stone. Nature, 1997, v.385, № 6615, p.409 - 414.

40. D.A.Clark. Nature, 1997, v. 385, № 6615, p.387 - 388.

41. D.L.Meier, S.Edgington, P.Godon, D.G.Payne & K.R.Lind. Nature, 1997, v.388, № 6640, p.350-352.

42. Ж.Хейвартс. МГД - силы в астрофизических дисках и струях. В сб. : Космическая магнитная гидродинамика, ред. Э.Прист и А.Худ. Москва, Мир, 1995, с. 410 - 434.

43. C.S.Coleman. Mon.Not.Roy. Astr. Soc. , 1990, v.244, № 1, p.35-42.

44. J. W. Miles. J. Fluid Mech. 1957, v. 3, p. 185 - 204.

45. O. M. Phillips. The Dynamics of the Upper Ocean. Cambridge Univ. Press. 1977.

46. Б. Б. Кадомцев, В. М. Конторович. Изв.вузов СССР,сер ."Радиофизика".1974, т.17, № 4, с.511 - 540.

47. А.О. Вробель, В.М. Конторович. Письма в Астрон.журнал.1982, т. 8, № 6, с.330 - 336.

48. Ray T.P. Mon.Not.Roy. Astr. Soc. , 1982, v.198, № 2, p.617-625.

49. С.И. Сыроватский. Журн.эксперим.и теор.физ. 1954, т.27, № 1, с.121 - 123.

50. Л. Д. Ландау. ДАН СССР. 1944, т.44, № 4, с.151 - 153.

51. С. Г. Гестрин, В. М. Конторович. Письма в Астрон.журн.1984, т.10, № 10, с.790 - 796.

52. С. Г. Гестрин, В. М. Конторович. Письма в Астрон.журн. 1987, т.13, № 8, с.648 - 653.

53. С. Г.Гестрин. Препринт РИ АН УССР № 16. -Харьков, 1988, 18 с.

54. Ц. Линь. Теория гидродинамической устойчивости.- М.: Изд. ин. лит., 1958, 194 с.

55. Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Москва, Наука, 1982, 620 с.

56. В.С.Бескин. Усп.Физ.Наук. 1997, т.167, № 7, с.689-720.

57. Р. Бетчев, В. Криминале. Вопросы гидродинамической устойчивости.- М.: Мир, 1971, 350 с.

58. С. Г. Гестрин, В. М. Конторович. Кинем. и физ.неб.тел. 1988, т.4, № 2, с.90 - 93.

59. B.D.Turland, P.A.G.Scheuer. Mon.Not.Roy. Astr. Soc. , 1976, v.176, № 2, p.421-441.

60. R.D.Blandford, J.E.Pringle. Mon.Not.Roy. Astr. Soc. , 1976, v.176, № 2, p.443-454.

61. С. Г. Гестрин, В. М. Конторович. Журн. эксп. и теор.физ. 1986, т.91, № 3, с.779 - 791.

62. С. Г. Гестрин, В. М. Конторович. Письма в Астрон.журн.1986, т.12, № 7, с.522 - 528.

63. R. G. Conway. Extragactic Radio Sources.- Eds. Heeschen D., Wade C. 1982, p.167 - 168.

64. A.C.Sadum & J.J.E.Hayes, Publ. Astron.Soc.Pasific, 1993, v. 105, № 4(686), 379-382.

65. N.A.B.Gizani & J.P.Leahy. In: Extragalactic Radio Sources, IAU Symp. № 175, eds. R.Ekers, C.Fanti & L.Padrielly, 1996, p351-352.

66. И.С. Градштейн и И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва, ГИ ФМЛ, 1962, с. 1073.

67. G. Bateman & A. Erdelyi. Higher Transcendental Function. Vol.1, N.Y. Grow Hill Book Comp. 1953, .264.