

Тороидальное вихревое поле как возможная причина узкого спектра масс нейтронных звёзд

В.М.Конторович

Харьковский национальный университет имени В.Н.Каразина, Харьков, Украина

Радиоастрономический институт НАН Украины, Харьков, Украина

vkont@rian.kharkov.ua

Рассмотрены эволюция и коллапс газового самогравитирующего шара при наличии в нем массивного тороидального вихря, аналогичного создающему тороидальное магнитное поле Солнца. При учете теплового давления для достаточно больших масс сохраняется устойчивость даже при показателе политропы $\gamma < 4/3$. В случае вырожденного газа эволюция существенно отличается для электронов и нейтронов. В ультрарелятивистском пределе в нейтронном газе возникает интервал устойчивых масс между минимальной массой, зависящей от циркуляции скорости в вихре, и критической массой образования черной дыры. Это позволяет рассматривать тороидальное вихревое поле как возможную физическую причину наблюдаемого узкого спектра масс нейтронных звёзд.

1 Введение

Дифференциальное вращение, которое на звёздах с конвективной зоной приводит к возникновению тороидального магнитного поля [1, 2], удобно описывать тороидальным потоком, который из-за влияния восходяще-нисходящих конвективных струй превращается в тороидальный вихрь [3, 4]. Наличие дополнительного интеграла движения – циркуляции скорости в вихре – существенно сказывается на условиях равновесия в собственном гравитационном поле звезды [5]. А именно, в случае вырожденного нейтронного вещества появляется устойчивая ветвь, ограниченная со стороны больших масс условием Ландау-Чандрасекара (Волкова-Ошпенгеймера) [6, 7], а снизу – минимальной массой нейтронной звезды [8, 9, 10] динамического происхождения. При подходящих параметрах нейтронной звезды и вихря этот интервал устойчивых масс составляет величину порядка массы Солнца. Таким образом появляется возможность физического объяснения узости наблюдаемого спектра масс нейтронных звезд [11, 12].

Мы ограничимся здесь простейшим случаем вихревого кольца, наглядным образом которого могут служить дымовые кольца курильщиков [3, 4]. Эволюция таких самогравитирующих вихрей обладает рядом особенностей [5, 8], отличающих их как от диска, так и от сферы, и позволяющих достаточно эффективно (в предположении плотности, не зависящей от координат) использовать простые аналитические подходы и явно получать критерии устойчивости.

Трудности решения гидродинамической задачи в сжимаемом случае заставляют искать различные подходы и методы. Мы существенно используем гамильтоново описание движения частицы в самосогласованном поле вихря и различные способы получения дисперсионного уравнения при учете давления газа. Особое внимание уделяется случаю его вырождения, приводящего к необычным условиям устойчивости для релятивистского вырожденного нейтронного газа [8].

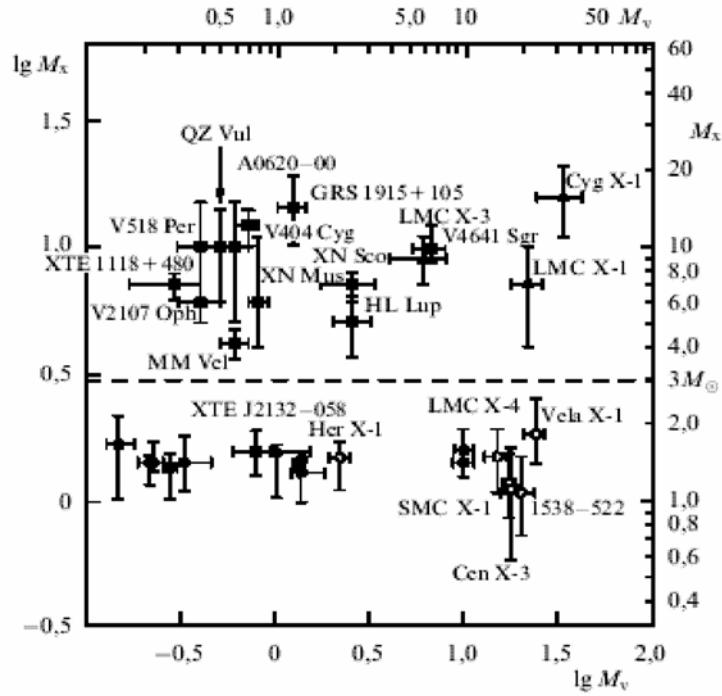


Рис. 1: Распределение масс нейтронных звезд и черных дыр в двойных системах. Данные 2002 года. Цитируется по работе [11]

2 Невырожденный газ

В отсутствие давления при практически неизменном большом радиусе R вначале установится равновесное значение малого радиуса тора $r(R)$, определяемое его массой M и циркуляцией Γ , а затем в результате сжатия по большому радиусу оба радиуса становятся одного порядка, и вихрь превращается в компактный. На этой стадии число параметров уменьшилось настолько, что равновесное значение радиуса R может быть найдено из одних только соображений размерности. Действительно, из M , Γ и G (гравитационная постоянная) можно построить только одну величину размерности длины

$$\lambda = \frac{\Gamma^2}{GM} \quad (1)$$

которая точно совпадает с вычисленным в [13] равновесным радиусом тора R , если под Γ понимать циркуляцию, делённую на 2π .

Поскольку циркуляция, умноженная на массу есть сохраняющаяся компонента импульса $I = p_\varphi$, из баланса гравитационных (GM/R) и центробежных ($I^2/2Mr^2$) слагаемых в энергии следуют корневая зависимость $r \propto \sqrt{R}$ и, соответственно, условие равновесия тонкого вихря $r \simeq \sqrt{\lambda R}$, более последовательно полученное ¹ в пункте 2.

Рассмотрим вначале влияние теплового давления на условия устойчивости компактного вихря в нерелятивистском случае. Для того чтобы ввести силы теплового давления в уравнения движения заметим, что виртуальная работа, совершаемая внешними силами против силы давления, равна

¹Отметим, что для определения внутреннего радиуса компактного тора, представляющего собой разность величин одного порядка, используемого качественного подхода недостаточно.

$$\delta A = -\delta E = p\delta V, \quad (2)$$

где p – давление в вихре, V – объем вихря (здесь и далее мы не учитываем распределение вещества и давления по малому радиусу тора, пренебрегая при этом множителями порядка единицы в формулах). Учитывая, что объем тора равен $V = 2\pi^2 r^2 R$, получим

$$-\delta E = 4\pi^2 r R p \delta r + 2\pi^2 r^2 p \delta R. \quad (3)$$

Отсюда найдем силы, действующие по r - и R - измерениям $F_r = -\delta E/\delta r$ и $F_R = -\delta E/\delta R$ и, соответственно, добавочные слагаемые сил давления:

$$\ddot{r} = \frac{p_\varphi^2}{M^2 r^3} - G \frac{M}{\pi R r} + \frac{p}{M} 4\pi^2 R r, \quad (4)$$

$$\ddot{R} = -G \frac{M}{\pi R^2} \ln \frac{\alpha r}{R} + \frac{p}{M} 2\pi^2 r^2.$$

Чтобы связать давление с параметрами вихря, необходимо привлечь уравнение состояния вещества и процесса эволюции вихря. Предположим, что мы имеем дело с идеальным газом и политропным процессом сжатия (расширения). Тогда, вводя начальную температуру вещества T_0 , начальные параметры вихря r_0 и R_0 , и массу одной частицы газа m_0 , получаем

$$p = \frac{p_0 V_0^\gamma}{V^\gamma} = \frac{M T_0}{m_0} \frac{(2\pi^2 r_0^2 R_0)^{\gamma-1}}{(2\pi^2 r^2 R)^\gamma}. \quad (5)$$

Подставляя это выражение имеем:

$$\ddot{r} = \frac{p_\varphi^2}{M^2 r^3} - G \frac{M}{\pi R r} + \frac{T_0}{m_0} \frac{2(r_0^2 R_0)^{\gamma-1}}{r^{2\gamma-1} R^{\gamma-1}}, \quad (6)$$

$$\ddot{R} = -G \frac{M}{\pi R^2} \ln \frac{\alpha r}{R} + \frac{T_0}{m_0} \frac{(r_0^2 R_0)^{\gamma-1}}{r^{2\gamma-2} R^\gamma}.$$

Величина равновесного радиуса $R = \lambda$ представляет собой джинсову длину для вихря при нулевой температуре. Величина $\Gamma^2 \propto v^2$, где $v \equiv v_\varphi$ – регулярная скорость в вихревом кольце. Учтем тепловую скорость заменой $v^2 \rightarrow v^2 + v_T^2$. (Последующее уточнение будет состоять лишь в том, что вместо v_T войдет скорость звука c_s , умноженная на безразмерный геометрический фактор $j_1 \sim 1$, роль которого играет значение нуля бесселевой функции для тонкого тора, либо функции Лежандра для сферического вихря и т.п.). Таким образом, при учете теплового движения выражение для джинсового масштаба видоизменяется:

$$\lambda \rightarrow \lambda_T = \frac{\Gamma^2 + R^2 v_T^2}{GM}. \quad (7)$$

Условие равновесия $R = \lambda_T$ превращается в уравнение для R_J , выражающее радиус равновесного тора через M , Γ и v_T . Его решение

$$R_\pm = \frac{GM \pm \sqrt{(GM)^2 - 4\Gamma^2 v_T^2}}{2v_T^2} \quad (8)$$

при $v_T \rightarrow 0$ переходит в $R_- \rightarrow \lambda$, а $R_+ \simeq GM/v_T^2$ представляет собой равновесное значение радиуса в отсутствие циркуляции.

Возводя в куб и умножая на $4\pi\rho/3$, где ρ – плотность вихря, получаем уравнение для джинсовой массы $M_J = 4\pi\rho R_J^3/3$ (в сферическом варианте ²) как функции плотности и температуры T :

$$2(GM)^{4/3} - \left(\frac{6}{\pi G}\right)^{1/3} \frac{v_T^2}{\rho^{1/3}} (GM)^{2/3} - 4\Gamma^2 \left(\frac{\pi G}{6}\right)^{1/3} \rho^{1/3} = 0. \quad (9)$$

Представляя v_T^2 в виде $\zeta_1 T$, где $\zeta_1 \sim 1/m$ (m - масса частицы газа) содержит также геометрический фактор и множитель, в соответствии со сделанным замечанием, отличающий квадрат скорости звука c_s^2 от v_T^2 , запишем выражение для положительного корня уравнения

$$4(GM)^{2/3} = \zeta \left(\frac{6}{\pi G}\right)^{1/3} \frac{T}{\rho^{1/3}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + 32 \frac{\rho}{T^2} \Gamma^2 \frac{\pi G}{6\zeta^2}} \right\}. \quad (10)$$

Или, вводя $\tilde{\xi} \equiv 16\pi G/(3\zeta_1^2)$ и $\tilde{\mu} = \frac{4G}{\zeta_1} \left(\frac{\pi}{6}\right)^{1/3}$, где

$$\tilde{\mu} M^{2/3} = \tilde{F}, \quad \tilde{F} = \frac{T}{\rho^{1/3}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \tilde{\xi} \frac{\rho}{T^2} \Gamma^2} \right\}. \quad (11)$$

Описывая процесс сжатия политропой $T = \tau\rho^{\gamma-1}$, перепишем (11) в виде

$$\mu M^{2/3} = F_\gamma \equiv \rho^{\gamma-\frac{4}{3}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \xi \rho^{3-2\gamma} \Gamma^2} \right\}, \quad (12)$$

Здесь

$$\mu = \tilde{\mu} / \tau, \quad \xi = \tilde{\xi} \tau^2 \quad (13)$$

При $\gamma > 3/2$ член с циркуляцией существен на малых плотностях ($F_\gamma \rightarrow \rho^{1/6} \Gamma \sqrt{\xi}$ для $\rho \rightarrow 0$). Функция F_γ монотонно возрастает с ростом плотности, имеется единственное устойчивое решение уравнения (12). При $4/3 < \gamma < 3/2$ вклад Γ растет с ростом плотности ($F_\gamma \rightarrow \rho^{1/6} \Gamma \sqrt{\xi}$ при $\rho \rightarrow \infty$), F_γ по-прежнему монотонно возрастает с ростом ρ , решение (12) существует и устойчиво.

При $\gamma < 4/3$ $F_\gamma \rightarrow \rho^{\gamma-\frac{4}{3}} \rightarrow +\infty$ при $\rho \rightarrow 0$, $F_\gamma \rightarrow \rho^{1/6} \Gamma \sqrt{\xi} \rightarrow +\infty$ при $\rho \rightarrow \infty$, функция F_γ немонотонна. Из условия $\frac{\partial F_\gamma}{\partial \rho} = 0$ находим единственную точку минимума F_γ

$$\rho_c^{3-2\gamma} = \frac{36(\gamma - 4/3)(\gamma - 5/3)}{\xi \Gamma^2}, \quad \gamma < 4/3. \quad (14)$$

(Кажущаяся возможность $\gamma > 5/3$ соответствует лишнему корню уравнения для экстремума). Значение

$$F_\gamma(\rho_c) = \rho_c^{\gamma-\frac{4}{3}} \left(1 + \sqrt{1 + 36(\gamma - 4/3)(\gamma - 5/3)} \right) \quad (15)$$

в минимуме определяет зависящую от Γ критическую массу

$$M_\gamma(\Gamma) = \frac{1}{\mu^{3/2}} F_\gamma^{3/2}(\rho_c), \quad (16)$$

ограничивающую область устойчивых решений по массам снизу. Результат весьма необычен и до работы [5] в подобных задачах, насколько нам известно, не встречался. Устойчивости отвечает

²Вместо этого можно выбрать численные коэффициенты, соответствующие тору. Как уже отмечалось выше, истинная форма компактного вихря здесь не может быть найдена, и вычисления справедливы лишь с точностью до коэффициентов порядка единицы и носят качественный характер.

восходящая ветвь функции F_γ , т.е. наличие циркуляции скорости в компактном вихре стабилизирует вихри достаточно больших масс ($M > M_\gamma(\Gamma)$) и плотностей ($\rho > \rho_c$) относительно гравитационного сжатия. В случае тонкого вихря стабилизация всегда возможна при $\rho < \rho_*(\gamma, \Gamma)$, на чем мы здесь за недостатком места не останавливаемся. Основное уравнение в этом случае — выражение для джинсова равновесного радиуса:

$$r_+^2 = \frac{\Gamma^2/2\pi^2}{\frac{2GM}{\pi R} - c_s^2 j_1^2} \quad , \quad (17)$$

где j_1 - упоминавшийся выше геометрический фактор. Это соотношение является прямым обобщением корневой зависимости $r(R)$. Но оно представляет собой явное выражение для джинсова радиуса только в изотермическом случае в силу зависимости скорости звука в газе только от его температуры T . Для всех остальных процессов сжатия вихря соотношение (17) является уравнением. Умножая (17) на $2\pi^2 R \rho$ получим для джинсовой массы тора $M_J = \pi r_+^2 2\pi R \rho$ уравнение:

$$M_J = \frac{\rho R \Gamma^2}{\frac{2GM_J}{\pi R} - c_s^2 j_1^2} \quad . \quad (18)$$

Его решение дает нам для линейной (погонной) массы $\chi = (M_J)/2\pi R$

$$8G\chi = (c_s j_1)^2 + \sqrt{(c_s j_1)^4 + 32\pi G \rho \Gamma^2} \quad . \quad (19)$$

Приведенные выше уравнения для джинсового радиуса и массы строго следуют из гамильтоновых уравнений для частицы, движущейся в самосогласованном гравитационном поле на поверхности тороидального вихря. Они следуют также из дисперсионного соотношения для (одно-родных по образующей тора) радиальных колебаний плотности, определяющего условия равновесия (см. ниже).

Заметим, что постоянство циркуляции Γ в вихревом кольце, т.е. условие $2\pi r v_\varphi = \text{const}$, означает, что угловая скорость $\Omega(r) \propto 1/r^2$, и следовательно, в тороидальном вихре отсутствуют эпициклические колебания, квадрат частоты которых пропорционален $\frac{\partial}{\partial r}(r^2 \Omega)$ и играет существенную роль для самогравитирующих дисков. С этим, наряду с фундаментальным допущением о независимости плотности вихря от координат, в значительной мере, связана и продемонстрированная выше возможность аналитического рассмотрения поставленной задачи.

Нам представляются весьма перспективными также релятивистские обобщения рассмотренной проблемы, которые могут оказаться, так же как и приведенные результаты, полезными при анализе различных астрофизических приложений, в том числе, к ядрам (активных) галактик, проблеме сверхновых, молодым звездным объектам - всюду, где актуальна проблема гравитационного коллапса в сочетании с вращением.

3 Эволюция самогравитирующего тороидального вихря вырожденного газа

Ниже обсудим поздние стадии эволюции вихревого кольца, когда газ в нём можно считать вырожденным, а тепловые источники исчерпанными. Исходным выражением мы по-прежнему будем считать соотношение (17). Найдём его независимым способом. Получим, вначале, дисперсионное уравнение для звуковых волн в тонком самогравитирующем газовом кольце, заменив его цилиндром с периодическими граничными условиями на торцах. Исходными являются гидродинамические уравнения в самосогласованном гравитационном поле:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \phi, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \mathbf{v} = 0 \quad , \quad \Delta \phi = 4\pi G \rho. \quad (20)$$

Будем считать невозмущенную плотность ρ_0 не зависящей от координат, то есть пренебрежём, что представляется вполне оправданным для тонкого тора, влиянием невозмущенного потенциала ϕ_0 . Тогда для чисто радиальных мод получаем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tilde{v}_r) + \frac{\omega^2 + \omega_J^2}{c_s^2} \tilde{v}_r = 0. \quad (21)$$

Здесь \tilde{v}_r – возмущенная радиальная скорость, ω – частота колебаний, $\omega_J = \sqrt{4\pi G \rho_0}$ – джинсова частота, c_s – скорость звука. Заменой $r \cdot \sqrt{\omega^2 + \omega_J^2}/c_s \rightarrow z$ уравнение (21) сводится к уравнению Бесселя

$$z^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + z \frac{\partial v}{\partial z} + (z^2 - 1) v = 0$$

для $v(z) = \tilde{v}_r(r(z))$. Нулевым граничным условиям на поверхности цилиндра соответствует решение $J_1(z)$ при выполнении условия

$$\frac{\sqrt{\omega^2 + \omega_J^2}}{c_s} r_0 = j_1,$$

где j_1 – первый нуль функции $J_1(z)$, а r_0 – радиус цилиндра. Таким образом, дисперсионное уравнение имеет вид:

$$\omega^2 = \frac{c_s^2}{r_0^2} j_1^2 - \omega_J^2. \quad (22)$$

(Мы опустили индекс моды у частоты: очевидно, может быть выбрана и другая мода колебаний. Но в силу неравенств для собственных значений задачи Штурма - Лиувилля при исследовании устойчивости существен вклад лишь основной безузельной моды.)

Дисперсионное уравнение (22) учитывает наличие конечной температуры, но без вихревого движения вещества в торе. Полученные ранее условия равновесия по малому радиусу в тонком вихре напротив, учитывают только регулярное вихревое движение. Чтобы учесть оба эти фактора, заметим, что условие равновесия можно переписать в виде

$$\frac{\Gamma^2}{2\pi^2 r^4} - \omega_J^2 = 0. \quad (23)$$

Таким образом, сравнивая, нетрудно записать условие равновесия $\omega^2 = 0$ с учетом теплового давления в общем интересующем нас случае

$$\frac{\Gamma^2}{2\pi^2 r^4} + \frac{c_s^2}{r^2} j_1^2 - \omega_J^2 = 0. \quad (24)$$

Соответствующее "дисперсионное" уравнение вместо нуля содержит ω^2 в правой части. Поэтому неустойчивости ($\omega^2 < 0$) отвечает отрицательность левой части (24).

Если выразить ω_J^2 через массу и радиусы вихря, то из (24) после ряда несложных преобразований можно получить искомое выражение для равновесного малого радиуса тора (17).

Для вырожденного газа скорость звука c_s есть функция плотности, которую мы в данном рассмотрении считаем не зависящим от координат параметром, отслеживающим, как это принято, процесс сжатия. Домножая r_+^2 на $2\pi^2 R \rho$ получим уравнение для линейной джинсовой массы χ тонкого вихря. Всегда существует квазиравновесное решение. При этом плотность $\rho < \rho_*(M, \Gamma) = (f_*/2)^{\frac{1}{\gamma-1}}$.

Для компактного вихря ³(с точностью до коэффициентов порядка 1) мы приходим из (17), полагая $r = \varepsilon R$ ($\varepsilon < 1$) к уравнению для джинсовой массы M_J , решение которого имеет вид:

$$\tilde{\mu} M_J^{2/3} = \frac{c_s^2}{\rho^{1/3}} \left(1 + \sqrt{1 + \xi \frac{\rho}{c_s^4} \Gamma^2} \right), \quad (25)$$

³Для определённости мы рассмотрим тор в качестве фигуры равновесия компактного вихря, хотя истинная форма равновесия при данной топологии неизвестна.

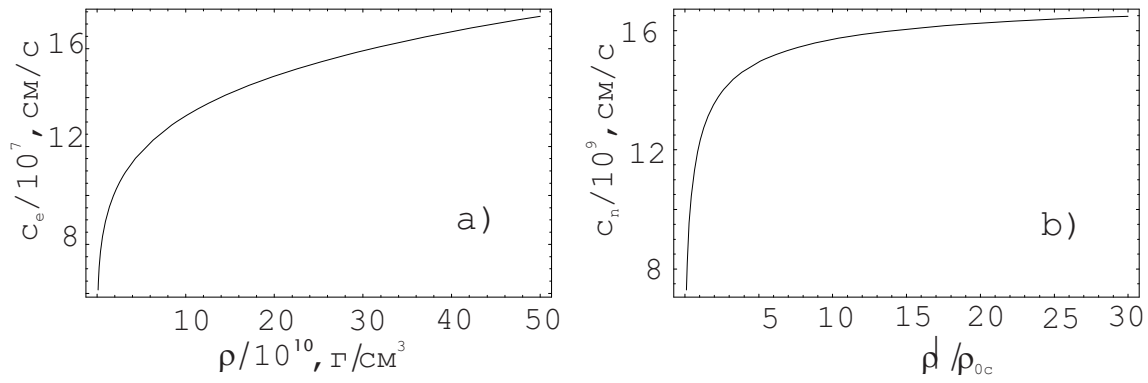


Рис. 2: Зависимость скорости звука от плотности для электронного (а) и нейтронного (б) вырожденного газа.

где $\tilde{\mu} = 4(2\pi^2\varepsilon^2)^{1/3}G/(\pi\zeta) \sim G$; $\tilde{\xi} = 8G/(\pi\zeta^2) \sim G$ и $\zeta \sim 1$ возникло из множителя j_1^2 для тонкого тора.

Поведение (25) существенно регулируется зависимостью $c_s(\rho)$ и разительно отличается для случая вырожденного электронного газа, когда массовая плотность определяется нерелятивистскими частицами (нуклонами – протонами и нейтронами) и случаем вырожденного нейтронного газа, когда ими же определяется и давление и плотность.

Для электронов [8, 10] (см. Приложение), как следует из [6, 7] (рис.5а))

$$c_e^2(\rho) = \eta_1 \frac{\rho^{2/3}}{\sqrt{1 + \eta_2^2 \rho^{2/3}}}, \quad \text{где} \quad \eta_1 = \left(\frac{3\pi^2}{\mu_e m_H} \right)^{5/3} \cdot \frac{m_e c^2 l_c^2}{9\pi^2}, \quad \eta_2 = \left(\frac{3\pi^2}{\mu_e m_H} \right)^{1/3} \cdot l_c, \quad (26)$$

l_c – комптоновская длина. Скорость звука монотонно растёт с ростом плотности, претерпевая излом на $\rho \approx 1/\eta_2^3$. Эффективный показатель политропы изменяется от $\gamma = 5/3$ для нерелятивистского до $\gamma = 4/3$ для релятивистского газа. Поскольку остаётся выполненным условие $\gamma \geq 4/3$, срыва в коллапс не происходит.

Иная ситуация в случае нейтронного газа. Как следует из уравнения состояния [6] скорость звука равна (рис.2б)):

$$c_n^2(\rho) = \frac{c^2}{3} \frac{\rho^{2/3}}{(\rho_{0c}^{2/3} + \rho^{2/3})}, \quad (27)$$

где $\rho_{0c} = m_H^4 c^3 / (2\pi^2 \hbar^3) = 5.25 \cdot 10^{15} \text{ г/см}^3$. В этом случае с ростом плотности и переходом к ультрарелятивистскому случаю $c_n^2 \rightarrow c^2/3 = Const$. Постоянство скорости звука означает, что эффективный показатель политропы $\gamma \rightarrow 1 < 4/3$!

И действительно, решение уравнения (25) в релятивистском пределе имеет вид (см. рис.3)

$$\rho^{1/3}(\Gamma, M_J) = \frac{\tilde{\mu}^2 M^{4/3}}{2\tilde{\xi}\Gamma^2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{8c^2\tilde{\xi}}{3\tilde{\mu}^3 M^2} \Gamma^2} \right) \quad (28)$$

и описывает две ветви, одна из которых становится неустойчивой (как и должно быть при $\gamma < 4/3$), а другая сохраняет устойчивость из-за вклада циркуляции.

Джинсова масса проходит через минимум при $\rho = \rho_{min}(\Gamma)$

$$\rho_{min} = \frac{8c^4}{9\tilde{\xi}\Gamma^2}, \quad M_{min} = \sqrt{\frac{\zeta}{6}} \cdot \frac{c}{\varepsilon G} \cdot \Gamma. \quad (29)$$

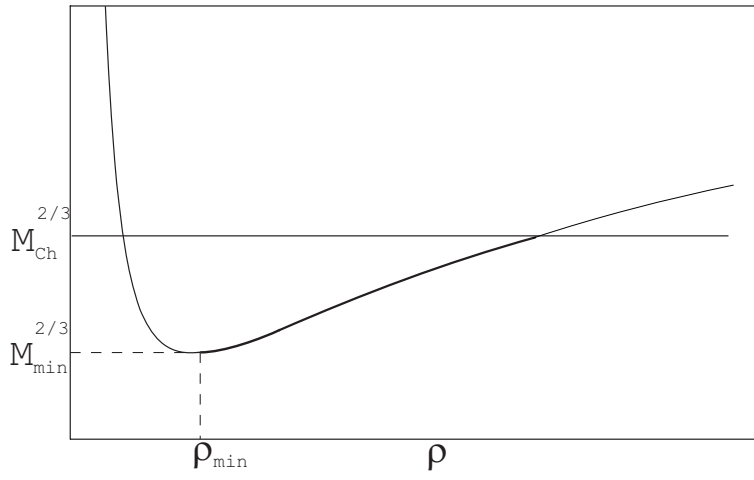


Рис. 3: Зависимость $\tilde{\mu} M_J^{2/3}$ от плотности ρ для вырожденного нейтронного газа. Устойчивости соответствует рост джинсовой массы с ростом плотности.

Условие $v \leq c$, приводящее к предельной массе Ландау-Чандрасекара, переходит в

$$M_{Ch}^{2/3}(\Gamma) = \frac{1}{2} M_{Ch}^{2/3}(0) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{72}{\pi \zeta^2} \left(\frac{m_H}{m_{pl}} \right)^2 \left(\frac{1}{cl_c} \right)^2 \Gamma^2} \right), \quad (30)$$

где

$$M_{Ch}^{2/3}(0) = \frac{\pi \zeta}{6(2\pi^2 \varepsilon^2)^{1/3}} \frac{m_{pl}^2}{m_H^{4/3}}. \quad (31)$$

Таким образом, для тороидального вихря в случае вырожденного нейтронного газа возникает конечный интервал устойчивых масс, определяемый циркуляцией скорости

$$M_{min}(\Gamma) \leq M_J \leq M_{Ch}(\Gamma). \quad (32)$$

Заметим, что существование подобного интервала является следствием ультрарелятивистского предела и не привязано именно к нейтронному газу ⁴.

Обращение к современным наблюдательным данным согласно обзору А.М.Черепашука [12] показывает, что за 12 лет, прошедших с момента первого обзора [11], количество измеренных масс нейтронных звезд увеличилось с одного десятка до пяти десятков и вывод об их узком спектре масс полностью сохранился. Вместе с тем, выявилось, что спектр масс черных дыр весьма широк (рис.4), что только подчеркивает необходимость объяснения узкого спектра масс нейтронных звезд. Возможное физическое объяснение этого обсуждается в данном сообщении.

4 Промежуточный эпилог

Исследования дифференциального вращения Солнца (гл. образом методами солнечной сейсмологии) [15] указывают на связь дифференциального вращения с конвективной зоной. Дифференциальное вращение возникает у дна конвективной зоны, а его максимум приходится на её глубины. Поэтому в звёздах, в которых основная масса вещества участвует в конвекции (например, в красных гигантах), эта же масса должна участвовать в тороидальном движении. Насколько это может относиться к прешественикам нейтронных звёзд неизвестно.

⁴Детальное обсуждение см. в [20].

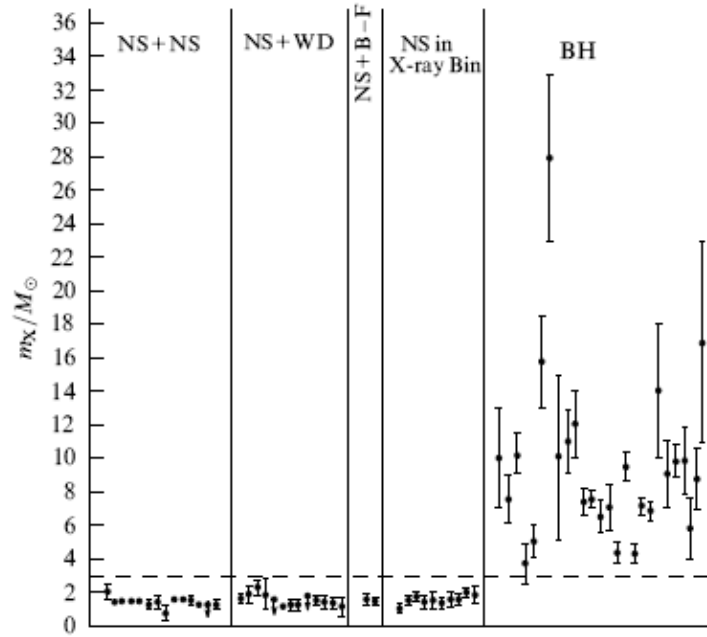


Рис. 4: Распределение масс нейтронных звезд и черных дыр в двойных системах. Данные 2014 года. Цитируется по работе [12]

В рамках общей циркуляции атмосферы звёзды [1, 14] широтные дифференциальные движения вдоль параллелей должны вызывать меридиональные движения (и обратно). Для Солнца и некоторых звёзд эти движения исследованы [15] и их картина, по нашему мнению, подтверждает гипотезу о тороидальном вихре, впервые высказанную Бьеркнесом [16].⁵ Линии тока оказываются замкнутыми и вытянутыми вдоль меридиана (Рис.5).

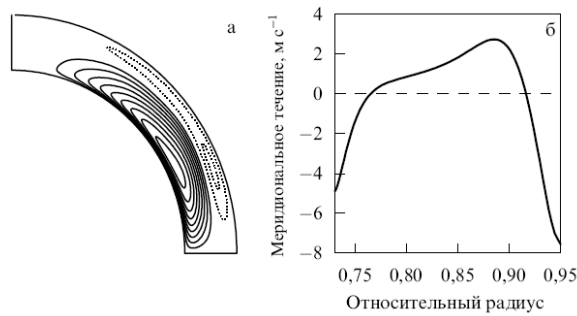


Рис. 5: Расчетные линии тока меридионального движения, сопровождающего дифференциальное вращение Солнца. [15]

Вблизи экватора благодаря влиянию центробежных сил вещество должно подниматься, а вблизи полюса опускаться на той же линии тока. Это означает такое направление меридионального вращения в вихре, при котором он должен как целое двигаться в сторону экватора, как в

⁵Приводимые в данном разделе замечания и аналогии сугубо предварительные. Нас интересует только глобальная циркуляция, поэтому мы не упоминаем идеи, связанные непосредственно с проблемами активности, солнечного цикла, МГД и конвективной турбулентности, в частности, связи дифференциального вращения с постоянной составляющей течения (нулевой гармоникой), возникающей при взаимодействии турбулентных мод, ссылки на которые можно найти в цитируемой литературе.

северном, так и в южном полушарии. Заметим, что именно такие перемещения активной зоны, прослеживаемые по положению солнечных пятен, происходят за время 11-летнего цикла солнечной активности (при этом в верхних слоях движение направлено к полюсам), что также могло бы служить подтверждением данной гипотезы.

С другой стороны, сильные магнитные поля могут играть ту же роль, что и вихри в силу обоюдной замороженности и тождественности уравнений для магнитных полей и завихренности (уравнения Брэгга-Хоторна [4] для завихренности и Грэда-Шафранова [17] для магнитного поля). Движения, приводящие к магнито-ротационной неустойчивости [18], происходят под действием сил, направленных против силы тяжести. Выше порога это приводит к разлёту и взрыву звезды, до порога это может быть причиной возникновения области устойчивости по отношению к гравитационному сжатию.

В этой связи отметим сообщение об обнаружении сильных тороидальных магнитных полей в магнетарах [19]. Напряженность этих полей значительно превышает напряженность полоидального дипольного поля в тех же звёздах. Возникновение таких полей связывают с дифференциальным вращением и тороидальными полями в звёздах-предшественниках. Возможно, что подобные тороидальные поля и сопутствующие им внутренние движения присутствуют и в "обычных" пульсарах.

Автор благодарен Е.Ю.Банниковой и К.Ю.Блюху за разрешение использовать в Постере фрагменты текста из наших совместных работ.

5 Приложение

Для электронного и нейтронного газа давление и плотность имеют, соответственно, следующие выражения [6, 7, 18]

$$P_e = \frac{m_e c^2}{8\pi^2 l_e^3} \left(x \sqrt{1+x^2} \left(\frac{2}{3} x^2 - 1 \right) + \ln \left(x + \sqrt{1+x^2} \right) \right),$$

$$\rho_e = \mu_e 10^6 x^3 \text{ г/см}^3;$$

$$P_n = \frac{3}{8} \rho_0 \cdot c^2 \left(t \sqrt{t^2+1} \left(\frac{2}{3} t^2 - 1 \right) + \ln \left(1 + \sqrt{1+t^2} \right) \right),$$

$$\rho_n = \frac{3}{8} \rho_0 \left((2t^2+1)t \sqrt{t^2+1} - \ln \left(t + \sqrt{1+t^2} \right) \right),$$

где безразмерные ферми-импульсы для электронов и нейтронов: $x = p_F/m_e c$, $t = p_F/m_{Hc}$, μ_e - молекулярный вес на один электрон, $\rho_0 = m_H^4 c^3 / (2\pi^2 \hbar^3) = 5.25 \cdot 10^{15} \text{ г/см}^3$. Скорость звука определяется согласно $c_s^2 = \partial P / \partial \rho$. Для электронов, дифференцируя P_e , получаем для скорости звука компактное выражение (26) [8, 10]. Равновесная плотность для тонкого вихря в случае вырожденного электронного газа представляет собой уравнение 8-ой степени для $\rho^{1/3}$:

$$\left((\nu\chi)^2 - \xi\Gamma^2 z^3 \right) \cdot \left[(1 + \alpha^2 z^2) \left((\nu\chi)^2 - \xi\Gamma^2 z^3 \right) - 4z^4 \right] = 4\xi\Gamma^2 z^7,$$

где $\nu = G/(j_1^2 \eta_1)$, $z = \rho^{1/3}$, ξ - см. (25), χ - заданная линейная плотность массы вихря. В случае нейтронного газа, как следует из уравнения состояния [6], выражение для равновесной плотности тонкого вихря представляет собой уравнение 5-го порядка относительно $\rho^{1/3}$:

$$32\Gamma^2 z^5 + 32z_0^2 \Gamma^2 z^3 + \left(\frac{2}{3} c^2 j_1^2 \chi - G\chi^2 \right) z^2 - G\chi^2 z_0^2 = 0,$$

где $z_0 = \rho_0^{1/3}$. Ситуация, которая возникает в вырожденном нейтронном газе с ростом плотности и переходом к ультрарелятивистскому случаю $c_n^2 \rightarrow c^2/3 = Const$ обсуждается выше. Она приводит, благодаря влиянию циркуляции, к существованию устойчивой ветви при больших плотностях.

Литература

- [1] *Монин А.С.* Глобальная гидродинамика Солнца. УФН **132** 123 (1980)
- [2] *Прист Э.Р.* Солнечная магнитогидродинамика. М.: Мир, 1985, 590 с.
- [3] *Ламб Г.* Гидродинамика.- М.-Л., Огиз, Гостехиздат.- 1947.- 928 с.
- [4] *Сэффмэн Ф.Дж.* Динамика вихрей.- Научный Мир, Москва.- 2000.- 376 с.
- [5] *Блюх К.Ю., Конторович В.М.* Письма в Астрономический Журнал **132** 29 816 (2003)
- [6] *Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.* Теория тяготения и эволюция звезд.- М. Наука.- 1971.- 484с.
- [7] *Шапиро С., Тьюколски С.* Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды.- М. Мир.- 1985.- **1**.- 256 с., **2**.- 656 с.
- [8] *Банникова Е.Ю., Конторович В.М.* Джинсова масса тороидального вихря вырожденного газа.- Тезисы 2-ой гравитационной конференции "Гравитация, космология и релятивистская астрофизика".-2003.- Харьков.- с.70
- [9] *Vannikova E. Yu., Bliokh K. Yu., Kontorovich V.M.* In: JENAM 2003, Abstracts, Budapest, 2003, p.12.
- [10] *Банникова Е.Ю., Блюх К.Ю., Конторович В.М.* Об эволюции самогравитирующего тороидального вихря. Вісник астрономічної школи **3** 100 (2004)
- [11] *Черепашук А.М.* Звезды Вольфа - Райе и релятивистские объекты. УФН **172** 959 (2002)
- [12] *Черепашук А.М.* Чёрные дыры в двойных звёздных системах и ядрах галактик. УФН **184** 387 (2014)
- [13] *Блюх К.Ю., Конторович В.М.* Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики **123** 1123 (2003).
- [14] *Голлицын Г.С.* Статистика и динамика природных процессов и явлений. - М.: КРАСАНД URSS,- 2013.- 398 с.
- [15] *Кичатинов Л.Л.* Дифференциальное вращение звёзд. УФН **175** 475 (2005)
- [16] *Vjerknes V.* Solar hydrodynamics. Astrophys.J., **64** 93 (1926)
- [17] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. - М.: Наука (1982)
- [18] *Бисноватый-Коган Г.С.* Релятивистская астрофизика и физическая космология.- М.: КРАСАНД URSS,- 2011.- 364 с.
- [19] *K. Makishima, T. Enoto, S. Hiraga, T. Nakano, K. Nakazawa, S. Sakurai, M. Sasano, and H. Murakami* Possible Evidence for Free Precession of a Strongly Magnetized Neutron Star in the Magnetar 4U 0142+61. - To be published in Physical Review Letters. [http://arXiv:1404.3705\[astro-ph.HE\]](http://arXiv:1404.3705[astro-ph.HE]). - 2014.
- [20] *Банникова Е.Ю., Блюх К.Ю., Конторович В.М.* Эволюция и коллапс самогравитирующего тороидального вихря.- В сб. Нелинейные волны 2004.- Н. Новгород: ИПФ РАН.- 243 (2005)