

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ  
ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ им. академика М. К. ЯНГЕЛЯ**

**Л. В. МИГУНОВА, О. Ф. ТЫРНОВ, А. Н. КАЗАКОВ**

**ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ  
И МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ  
СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

**Учебное пособие**

**/**

**ХАРЬКОВ 1992**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ИНСТИТУТ  
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ им. академика М.К. ЯНГЕЛЯ

Л.В.МИГУНОВА, О.Ф.ТЫРНОВ, А.Н.КАЗАКОВ

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ И МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ  
ЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

**Учебное пособие**

**Утверждено учебно-методическим центром ХГУ**

Харьков ХГУ 1992

.УДК 538.3+519.21+621.3

Мигунова Л.В., Тырнов О.Ф, Казаков А.Н. Элементы теории случайных процессов и методы построения линейных стохастических моделей: Учеб. пособие. - Харьков: ХГУ, 1992- - 120 с.

Рассмотрены основные положения теории случайных процессов. В этот раздел включены общие вопросы теории случайных функций, элементы случайного анализа, спектральный анализ стационарных случайных процессов и линейные оценки, методы анализа случайных данных, включающие оценивание квазистационарных и спектральных характеристик. Описаны основные классы динамических стохастических моделей временных рядов, даны методы оценки параметров и выбора модели, наиболее соответствующей имеющимся данным. Приведены методы выбора наиболее подходящего класса и проверки адекватности модели результатам наблюдений. Полученные модели предназначены для прогнозирования, выявления причинных связей, спектрального оценивания. Даны задачи для самостоятельного решения. Указана литература, которая использовалась при составлении заданий для самостоятельной работы студентов.

Предназначено для студентов специальностей 23.02 "Радиофизика и электроника" и 01.02 "Прикладная математика"; может быть использовано студентами педагогических институтов.

Рецензенты: кафедра методики физики и ТСО  
ХГПИ им. Г.С.Сковороды;  
И.М. Фукс, д-р физ.-мат. наук, проф.  
(Радиоастрономический институт АН  
Украины)

Библ. 16.

Утверждено УМЦ ХГУ. Протокол Л 13 о\*-21.05.1991 г.

ISBN 5-7763-Т067-9

© Харьковский государственный университет, 1992

Сторінки 3 – 116 пропущені навмисно.

Повний текст цього посібника можна знайти в ЦНБ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андерсон Т.. Статистический анализ временных рядов. - М.: Мир, 1976. - 755 с.
2. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. - М.: Мир, 1989. - 540 с.
3. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. - К.: Мир, 1974. - Вып. I. - 406 с.
4. Бентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. - М.: Наука, 1975. - 320 с.
5. Захаров И.Г., Казаков А.Н., Мигунова Л.В., Тырнов О.Ф. Краткосрочный прогноз критических частот области F2 среднеширот-

- ной ионосферы / Харьк. ун-т. - Харьков, 1990. - 24 о. - Рукопись-депонирована в ВИНТИ 10.08.90, Я 4571 - В90.
6. Казаков А.Н., Бигунова Л.В. Построение критерия автоматической идентификации структурных параметров моделей авторегрессии скользящего среднего / Харьк. ин-т радиоэлектроники. — Харьков, 1990. - 12 с. - Рукопись депонирована в УкрНИИТИ 13.06.91 № 1021 - Ук90.
7. Кашьяп Р.Л., Рао А.Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. - М.: Наука, 1983. -383 с.
8. Кедем Б. Спектральный анализ и различение сигналов по пересечениям нуля // ТИИЭР. - 1986. – Т.74. - № 11. - С. 6-24.
9. Конева Е.С. Выбор моделей для реальных временных рядов // Автоматика и телемеханика. - 1988. - № 6. - С. 3-18.
10. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. Свойства выборочных функций и их приложения. - М.: Мир, 1969. -398 с.
11. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. - М.: Мир, 1990. - 584 с.
12. Мигунова Л.В., Казаков А.Н. Прогнозирование квазипериодических сигналов по длительной реализации / Харьк. ин-т радиоэлектроники. - Харьков, 1989. - 10 с.-Рукопись депонирована в УкрНИИТИ 13.06.89, № 1655 - Ук89.
13. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. - М.: Гос. изд-во физ.мат. литературы, 1962. - 884 с.
14. Розанов Ю.А. Стационарные случайные процессы. - М.: Физматгиз, 1963. - 284 с.
15. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. - М.: Наука, 1968. - 464 с.
16. Серебренников М.Г., Первозванский А.А. Выявление скрытых периодичностей. - М.: Наука, 1965. - 224 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Вероятностные характеристики случайных процессов .....	3
1.1. Основные определения .....	3
1.2. Свойства ковариационной функции .....	6
1.3. Контрольные задания .....	8
2. Основные типы случайных процессов .....	9
2.1. Чисто случайный процесс .....	9
2.2. Нормальный случайный процесс .....	9
2.3. Марковские случайные процессы .....	14
2.4. Процесс Пуассона .....	21
2.5. Винеровский случайный процесс .....	24
2.6. Контрольные задания' .....	26
3. Корреляционная теория случайных функций .....	28
3.1. Сепарабельное гильбертово пространство значений случайного процесса .....	28
3.2. Элементы случайного анализа .....	30
3.3. Стохастический интеграл .....	35
3.4. Основы спектральной теории стационарных случайных процессов .....	38
3.5. Контрольные задания .....	47
4. Эргодические случайные процессы. Оценки, полученные осреднением по времени .....	49
4.1. Временные оценки математического ожидания и ковариационной функции случайного процесса .....	49
4.2. Оценивание спектральной плотности мощности .....	61
4.3. Контрольные задания .....	§8
5. Построение линейных стохастических моделей .....	69
5.1. Введение в построение моделей .....	59
5.2. Модели авторегрессии .....	61
5.3. Модели скользящего среднего .....	63
5.4. Модели авторегрессии скользящего среднего .....	64
5.5. Ковариационно-стационарные линейные модели .....	67
5.6. Нестационарные модели специального типа .....	68

5.7. Общие подходы к выбору моделей и проверке адекватности.....	70
5.8. Контрольные задания.....	72
6. Структурная идентификация моделей авторегрессии скользящего среднего с сезонными изменениями .....	72
6.1. Методы выделения скрытых периодичностей .....	72
6.2. Структурная идентификация стационарных моделей авторегрессии скользящего среднего .....	79
7. Оценивание параметров одномерных стохастических систем	85
7.1. Оценивание параметров процессов авторегрессии....	85
7.2. Оценивание параметров одномерных систем, описываемых уравнениями авторегрессии скользящего среднего .....	91
7.3. Численный метод отыскания оценок условного максимального правдоподобия .....	93
7.4. Раздельное оценивание параметров авторегрессии и скользящего среднего модели АРСС .....	96
8. Выбор класса и проверка адекватности одномерных моделей	101
8.1. Метод максимума правдоподобия .....	102
8.2. Упрощенная форма для функции правдоподобия класса преобразованных моделей .....	103
8.3. Упрощенное выражение функции правдоподобия для некоторых преобразованных моделей .....	
8.4. Сравнение преобразованных и не преобразованных моделей .....	106
8.5. Метод предсказания .....	107
8.6. Проверка адекватности выбранных моделей .....	И1
8.7 Контрольные задания .....	115
Список литературы .....	П7

Учебное издание

МИГУИОВА Лариса Васильевна  
ТЫРНОВ Олег Федорович  
КАЗАКОВ Александр  
Николаевич

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ  
И МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ  
СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Учебное пособие

Редактор Т. М. К а ш и н а  
Технический редактор Л. К. М е р е н к о в а  
Корректор О. Г. Н е р о

Св. тем. план 1992, поз. 5

Подп. к печ. 10.04.92. Формат 60X84/16. Бумага тип. № 2.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 6,97. Усл. кр.-отт. 7,2. Уч.-изд. л.  
5,92.  
Изд. № 566. Тираж 400 экз. Зак. № 987. Цена 3 р. 85 к.

---

ХГУ. 310077, Харьков, пл. Свободы, 4.

---

Харьковское межвузовское арендное полиграфическое  
предприятие. 310093, Харьков, ул. Свердлова, 115.

**3 р. 85 к.**

**Зак. 987**