

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Кафедра космічної радіофізики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-  
педагогічної роботи

Антон ПАНТЕЛЕЙМОНОВ



2021 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

**Методи математичної фізики (частина 2)**

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

галузь знань 10 Природничі науки

(шифр і назва)

спеціальність 105 Прикладна фізика та наноматеріали

(шифр і назва)

освітня програма Радіофізика і електроніка та біофізика

(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_

(шифр і назва)

вид дисципліни обов'язкова

(обов'язкова / за вибором)

факультет радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

(назва факультету)

2021 / 2022 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

“25” червня 2021 року, протокол № 8

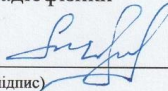
РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Лазоренко О. В., доктор фіз.-мат. наук, доцент, завідувач кафедри загальної фізики, професор кафедри космічної радіофізики.

(автор, науковий ступінь, вчене звання, посада)

Програму схвалено на засіданні кафедри космічної радіофізики  
Протокол від “03” червня 2021 року № 14

Завідувач кафедри космічної радіофізики

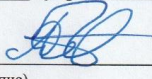
  
(підпис)

Леонід ЧОРНОГОР  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної/наукової) програми (керівником проектної групи) "Радіофізика і електроніка та біофізика"

назва освітньої програми

Гарант освітньої (професійної/наукової) програми  
(керівник проектної групи) Бутрим О. Ю.

  
(підпис)


Олександр БУТРИМ  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією  
факультету радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “17” червня 2021 року № 6

Голова методичної комісії факультету радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

  
(підпис)

Олександр БУТРИМ  
(прізвище та ініціали)



## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Методи математичної фізики» (частина 2) складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

(назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)

спеціальності (напряму) 105 Прикладна фізика та наноматеріали

спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни – засвоєння студентом основних методів розв’язання трьох головних типів диференціальних рівнянь математичної фізики, за допомогою яких можна описати майже усі основні лінійні фізичні процеси.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни – засвоєння студентом основних методів розв’язування задач математичної фізики.

1.3. Кількість кредитів: 4.

1.4. Загальна кількість годин: 120.

1.5. Характеристика навчальної дисципліни.

Нормативна / за вибором:	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
4-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
год.	
Самостійна робота	
20 год.	
Індивідуальні завдання	
36 год.	

1.6. Заплановані результати навчання.

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання:

знати: фізичний зміст основних лінійних задач математичної фізики; класифікацію сучасних методів нелінійної математичної фізики;

вміти: розв’язувати основні лінійні задачі математичної фізики методом розкладання по власних функціях (метод розділення змінних), за допомогою

функції Гріна, методами інтегралів Фур'є та Лапласа (операційний метод); розв'язувати задачі в циліндричних та сферичних системах координат.

Примітка. В умовах запровадження в Україні карантину, пов'язаного з пандемією Covid-19, проведення занять з даного курсу відповідно до наказів по Університету може відбуватися за дистанційною або змішаною формою. У такому разі використовується наступний формат проведення занять.

Лекції відбуваються в on-line режимі з використанням технології Zoom.

Практичні заняття, семінари та лабораторні роботи – в аудиторіях і лабораторіях із дотриманням встановлених карантинних вимог, а у разі відміни аудиторних занять – в on-line режимі з використанням технологій Zoom, Skype та Google Class.

Консультації надаються аудиторно або в on-line режимі з використанням технологій Zoom та Skype.

Підсумковий іспит (або залік) проводиться аудиторно або в on-line режимі з використанням технологій Zoom, Skype та Google Class.

Повний комплекс навчально-методичної документації перед початком проведення занять розміщується на сайті факультету.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

*Вступ.*

Математичні моделі фізичних явищ. Рівняння математичної фізики. Класифікація рівнянь математичної фізики. Задачі математичної фізики. Методи розв'язання задач математичної фізики. Їх класифікація та застосування. Рекомендована література.

*Розділ 1. Розв'язання задач математичної фізики у декартовій системі координат.*

*Тема 1. Елементи функціонального аналізу.*

Нескінченновимірний евклідів простір. Граничний перехід у евклідовому просторі. Ортогональні системи векторів.

*Тема 2. Оператор Штурма-Ліувіля.*

Поняття лінійного оператора. Оператор Штурма-Ліувіля та його властивості. Задача Штурма-Ліувіля. Властивості власних функцій і власних значень оператора Штурма-Ліувіля. Базиси власних функцій оператора Штурма-Ліувіля. Розв'язання операторних рівнянь для оператора Штурма-Ліувіля на відрізку (самоузгоджені умови, умови періодичності, умови загального виду).

*Тема 3. Розв'язання задач математичної фізики на відрізку та в прямокутних областях.*

Розв'язання одновимірного рівняння коливань. Розв'язання двовимірного рівняння Пуассона. Багатовимірні задачі математичної фізики. Розв'язання двовимірного рівняння теплопровідності у прямокутнику. Розв'язання трьохвимірного рівняння теплопровідності у прямокутному паралелепіпеді.

*Розділ 2. Інтегральні методи розв'язання задач математичної фізики.*

*Тема 4. Розв'язання задач математичної фізики у нескінченних (напівнескінченних) областях з допомогою інтеграла Фур'є.*

Методи інтегральних перетворень. Перетворення Фур'є та його різновиди. Основні властивості перетворення Фур'є. Розв'язання рівняння теплопровідності на напівосі. Розв'язання одновимірного хвильового рівняння на всій осі.

*Тема 5. Розв'язання нестационарних задач математичної фізики операційним методом.*

Основна ідея застосування перетворення Лапласа до розв'язання нестационарних задач математичної фізики. Розв'язання хвильового рівняння на відріжку.

*Тема 6. Розв'язання стаціонарних задач математичної фізики з використанням функції Гріна (джерела).*

*Розділ 3. Розв'язання задач математичної фізики у криволінійних ортогональних системах координат.*

*Тема 7. Розв'язання задач математичної фізики із застосуванням циліндричних функцій.*

Визначення циліндричної функції. Класифікація. Аналітичне продовження. Циліндричні функції напівбілого порядку. Інтегральні формули для циліндричних функцій. Нулі циліндричних функцій. Оператор Бесселя. Розв'язання граничної задачі Штурма-Ліувіля для оператора Бесселя з умовами Діріхле, Неймана, Діні. Розв'язання плоскої задачі для неоднорідного хвильового рівняння в середині кола. Розв'язання плоскої задачі для рівняння переносу в середині концентричного кільця.

*Тема 8. Розв'язання задач математичної фізики із застосуванням сферичних та кульових функцій.*

Поліноми Лежандра. Приєднані функції Лежандра. Сферичні функції й їх різновиди. Розв'язання хвильового рівняння в середині кулі.

*Тема 9. Поняття про методи нелінійної математичної фізики.*

*Заключна лекція.*

Основні підсумки курсу.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
<b>Розділ 1. Розв'язання задач математичної фізики у декартовій системі координат</b>												
Тема 1. Елементи функціонального аналізу	7	2	2	0	2	1						
Тема 2. Оператор Штурма-Ліувіля	7	2	2	0	2	1						
Тема 3. Розв'язання задач математичної фізики на відрізку та в прямокутних областях	30	4	10	0	14	2						
Разом за розділом 1	44	8	14	0	18	4						
<b>Розділ 2. Інтегральні методи розв'язання задач математичної фізики</b>												
Тема 4. Розв'язання задач математичної фізики у нескінченних (напівнескінченних) областях за допомоги інтеграла Фур'є.	12	6	4	0	0	2						
Тема 5. Розв'язання нестационарних задач математичної фізики операційним методом	26	2	4	0	18	2						
Тема 6. Розв'язання стаціонарних задач математичної фізики з використанням функції Гріна (джерела)	6	2	0	0	0	4						
Разом за розділом 2	44	10	8	0	18	8						
<b>Розділ 3. Розв'язання задач математичної фізики у криволінійних ортогональних системах координат</b>												
Тема 7. Розв'язання задач математичної фізики із застосуванням циліндричних функцій	12	6	4	0	0	2						
Тема 8.	14	6	4	0	0	4						

Розв'язання задач математичної фізики із застосуванням сферичних та кульових функцій												
Тема 9. Поняття про основні методи нелінійної математичної фізики	6	2	2	0	0	2						
Разом за розділом 6	32	14	10	0	0	8						
<b>Разом за 4 семестр</b>	120	32	32	0	36	20						
<b>Разом за курс</b>	180	48	48	0	54	30						



#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Власні числа та власні функції оператора Штурма-Ліувіля на відрізку.	2
2	Приведення задачі математичної фізики до виду з однорідними граничними умовами	2
3	Розв'язання рівняння теплопровідності на відрізку	2
4	Розв'язання рівняння хвильового рівняння на відрізку	2
5	Розв'язання рівняння Пуассона у прямокутнику	2
6	Розв'язання рівняння Лапласа в середині прямокутного паралелепіпеда	2
7	<b>Контрольна робота № 1</b> «Розв'язання задач математичної фізики у декартовій системі координат»	2
8	Розв'язання рівняння теплопровідності на напівосі методом інтеграла Фур'є	2
9	Розв'язання одновимірного неоднорідного хвильового рівняння на осі методом інтеграла Фур'є	2
10	Розв'язання рівняння теплопровідності на відрізку операційним методом	2
11	Розв'язання хвильового рівняння на відрізку операційним методом	2
12	Розв'язання рівняння теплопровідності в середині кола	2
13	Розв'язання рівняння Лапласа в середині циліндра	2
14	Розв'язання рівняння теплопровідності в середині кулі	2
16	Розв'язання хвильового рівняння в середині кулі	2
16	<b>Контрольна робота № 2</b> «Розв'язання задач математичної фізики у криволінійних координатах»	2
<b>Разом за 4 семестр</b>		32
<b>Разом за курс</b>		48

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Розв'язання крайових задач. Приведення граничних умов до однорідних	2
2	Розв'язання різних типів задач математичної фізики у декартовій системі координат.	2
3	Розв'язання задач математичної фізики методом інтеграла Фур'є.	2
4	Операційний метод розв'язання задач математичної фізики.	2
5	Розв'язання стаціонарних задач математичної фізики з	4

	використанням функції Гріна (джерела)	
6	Розв'язання задач математичної фізики за допомоги циліндричних функцій.	2
7	Розв'язання задач математичної фізики за допомоги сферичних і кульових функцій	4
8	Основні методи нелінійної математичної фізики	2
<b>Разом за 4 семестр</b>		20
<b>Разом за курс</b>		30

### 6. Індивідуальні завдання

Виконуються дві РГР:

РГР № 1 «Метод розділення змінних»,

РГР № 2 «Операційний метод».

На виконання кожної РГР відведено по 18 годин. РГР формуються за списком завдань з методичного посібника [10].

До індивідуальних завдань належать також дві аудиторні контрольні роботи (див. пункт 4).

Разом за курс на виконання індивідуальних завдань відведено 36 годин.

### 7. Методи контролю

У навчальному процесі використовуються наступні види контролю: поточний та семестровий підсумковий контроль.

Поточний контроль проводиться на практичних заняттях. До нього належать:

- перевірка якості виконання індивідуальних завдань,
- контроль відповіді на обов'язкову перевірку теоретичних знань на початку кожного практичного заняття,
- відповіді біля дошки, робота на місці з розв'язання задач на практичних заняттях,
- індивідуальне опитування на практичних заняттях,
- перевірка обов'язкового домашнього завдання.
- виконання контрольних робіт.

Семестровий підсумковий контроль застосовується у вигляді заліку наприкінці семестру.

## 8. Схема нарахування балів

### 8.1. Нарахування балів протягом семестру

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальне завдання												Індивід. завдання	Разом	Залікова робота	Сума
Розділ 4			Розділ 5			Розділ 6			Контрольні роботи, передбачені навчальним планом						
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	KR1	KR2					
3	3	6	6	6	2	6	6	2	10	10	0	60	40	100	

T1, T2 ... T9 – теми розділів.

Протягом семестру студент може отримати максимум 60 балів (Семестрова оцінка  $S$ ). З них 40 балів нараховуються на практичних заняттях. Ще максимум 20 балів може принести студентові виконання двох контрольних робіт (оцінки  $KR1$  та  $KR2$ ).

На початку кожного практичного заняття проводиться письмова робота тривалістю 15 хвилин, у якій відбувається експрес-перевірка або теоретичних знань (визначення, теорема і т. і.), або практичних навичок розв'язання задач (оцінки  $P1_i$ ,  $i = 1,14$ ). Після цього здійснюється перевірка обов'язкового домашнього завдання (оцінки  $P2_i$ ,  $i = 1,14$ ). Таким чином, протягом практичного заняття (крім першого, де немає домашнього завдання,  $P2_1 = 0$ ) студент отримує дві обов'язкові оцінки. Оцінки за відповідь біля дошки ( $P3_i$ ,  $i = 1,14$ ) є бонусними. Середня оцінка за практичні заняття обчислюється за формулою:

$$\bar{P} = \frac{1}{27} \sum_{i=1}^{14} P1_i + P2_i + P3_i .$$

Задля зручності оцінки  $P1_i$ ,  $P2_i$ ,  $P3_i$ ,  $KR1$  та  $KR2$  виставляються за п'ятибальною шкалою із кроком 0,1. Оцінка відповідає відсоткові правильного виконання поставленого завдання. Завдання вважається **виконаним правильно**, коли студент **самостійно** дав повну, вірну та вичерпну відповідь, **не користуючись** жодними зовнішніми джерелами інформації або підказками інших осіб, а також може (в разі необхідності) дати **прилюдне вірне, повне та вичерпне пояснення** щодо змісту цієї відповіді. У разів виявлення

**академічної недоброчесності** із боку студента оцінка **повинна бути зменшена до 0**.

Обчислення підсумкової семестрової оцінки  $S$  (у балах стобальної системи) відбувається за формулою:

$$S = 8\bar{P} + 2(KR1 + KR2).$$

Примітка 1. Виконання студентом трьох РГР (однієї – у 3 семестрі та двох – у 4 семестрі) та публічний захист їх результатів є **обов'язковою умовою** допуску студента до складання відповідного заліку, але балів не приносить.

Примітка 2.

До підсумкового семестрового контролю (заліку) допускається студент, який створив повні **рукописні** конспекти лекцій і практичних занять, виконав всі домашні завдання й індивідуальні завдання та протягом семестру набрав не менш, ніж **10 балів** за всі види робіт, передбачених навчальною програмою дисципліни.

## 8.2. Нарахування балів на заліку. Підсумкова оцінка

На заліку (Залікова оцінка  $Z$ ) студент може отримати максимум 40 балів. Залікове завдання у 4 семестрі містить два теоретичних питання (по 5 балів), та одне практичне завдання (від 10 до 30 балів залежно від самостійно обраного студентом рівня складності).

Кількість балів, що отримує студент за кожне завдання, відповідає відсотковій його правильного виконання. Завдання вважається **виконаним правильно**, коли студент **самостійно** дав повну, вірну та вичерпну відповідь, **не користуючись** жодними зовнішніми джерелами інформації або підказками інших осіб, а також може (в разі необхідності) дати **прилюдне вірне, повне та вичерпне пояснення** щодо змісту цієї відповіді.

У разі виявлення факту **академічної недоброчесності** із боку студента підчас заліку його залікова оцінка  $Z$  **повинна бути зменшена до 0**, а сам студент **має бути видалений з аудиторії**, де проводиться залік (пункт 7.12.5 «Положення про організацію освітнього процесу в ХНУ імені В. Н. Каразіна», наказ ректора № 0202-1/155 від 21.04.2017 р.).

Підсумкова оцінка ( $P$ ) з курсу «Методи математичної фізики» є арифметичною сумою Семестрової ( $S$ ) та Залікової ( $Z$ ) оцінок:

$$P = S + Z.$$

Підсумкова оцінка  $P$ , що вимірюється в балах (від 1 до 100 балів), перекладається в оцінку за національною шкалою згідно наступної таблиці.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

Примітка. У випадку проведення лекцій в on-line режимі у якості заохочення за своєчасне й якісне виконання рукописних конспектів із курсу до семестрової оцінки кожному студентові додається до 10 бонусних балів.

## 9. Рекомендована література

### Основна література

1. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 724 с.
2. *Кошляков Н. С., Гиннер Э. Б., Смирнов М. М.* Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.
3. *Араманович И. Г., Левин В. И.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1969. – 288 с.
4. *Перестюк М. О., Маринець В. В.* Теорія рівнянь математичної фізики. Курс лекцій. – Київ: Либідь, 1993. – 248 с.
5. *Агошков В. И.* Методы решения задач математической физики. – М.: физматлит, 2002. – 320 с.
6. *Свешников А. Г., Тихонов А. Н.* Теория функций комплексного переменного. – М.: МГУ, 2002. – 320 с.
7. *Кондратьев Б. В., Демуцкий В. П.* Операционное исчисление для физиков: Учебное пособие. – Х. ХНУ имени В. Н. Каразина, 2008. – 192 с.
8. *Мартыненко В. С.* Операционное исчисление. – К.: Выща школа, 1990. – 359 с.
9. *Парфьонова Н. Д.* Завдання для розрахунково-графічної роботи з комплексного аналізу. Навчально-методичний посібник з комплексного аналізу для студентів 2-го курсу фізичного та радіофізичного факультетів. – Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. – 52 с.
10. *Задания по высшей математике для самостоятельной работы студентов II – III курсов радиофизического, физического и физико-технического факультетов / Сост. Б. В. Кондратьев.* – Харьков: ХГУ, 1991. – 35 с.

### Допоміжна література

11. *Арсенин В. Я.* Методы математической физики и специальные функции. – М.: Наука, 1984. – 313 с.
12. *Смирнов В. И.* Курс высшей математики. Том 2. – М.: Наука, 1974. – 656 с. Том 3. Часть 2. – М.: Наука, 1974. – 672 с.
13. *Будак В. М., Самарский А. А., Тихонов А. Н.* Сборник задач по математической физике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 688 с.
14. *Смирнов М. М.* Задачи по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1975. – 125 с.



15. *Аленицын А. Г., Благовещенский А.С., Лялинов М. А., Суханов В. В.* Методы математической физики. Сборник задач. – С.-Пб.: СПГУ, 2004. – 100 с.
16. *Зайцев В. Ф., Полянин А. Д.* Метод разделения переменных в математической физике. – СПб.: 2009. – 92 с.

**10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

<https://www.facebook.com/MathemticalPhysicsMethodsForRadioPhysicists>  
<http://diagram.com.ua/library>  
<http://sci-lib.com>  
<http://www.all-ebooks.com>  
<http://lib.org.by>  
<http://arxiv.org>

Додаток до робочої програми навчальної дисципліни  
«Методи математичної фізики» (частина 2)

(назва дисципліни)

Дію робочої програми продовжено: на 20\_\_\_\_/20\_\_\_\_ н. р.

Заступник декана з навчальної роботи факультету радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

\_\_\_\_\_

(підпис)

\_\_\_\_\_

(прізвище, ініціали)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Голова методичної комісії факультету радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

\_\_\_\_\_

(підпис)

\_\_\_\_\_

(прізвище, ініціали)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.