Л. Ф. ЧЕРНОГОР,

ВВЕДЕНИЕ

В НЕЛИНЕЙНУЮ РАДИОФИЗИКУ

Текст лекций

2012

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА 1. ВВОДНАЯ ЛЕКЦИЯ

Физика была бы скучна, а жизнь совершенно невозможна, если бы все физические явления вокруг нас были линейными. К счастью, мы живем в нелинейном мире, и если линеаризация украшает физику, то нелинейность делает ее захватывающей[1].

И. Р. Шен[2]

При изучении физики (радиофизики) вначале ограничиваются рассмотрением линейных явлений, которые описываются линейными (дифференциальными, интегро-дифференциальными или иными) уравнениями. Методы решения таких уравнений достаточно хорошо развиты и поэтому большинство линейных явлений удается проанализировать “до конца”. Однако при более общем подходе оказывается, что явления природы чаще всего нелинейные, т. е. описываются нелинейными уравнениями. Нелинейность является неотъемлемым свойством любой системы, эволюционирующей во времени. Всякий переход из одного равновесного состояния в другое, как правило, представляет собой нелинейный процесс. Примерами таких процессов является рождение и эволюция Вселенной; образование, существование и исчезновение звезд; появление из вакуума, слияние и распад элементарных частиц; спонтанное рождение упорядоченных структур; возникновение органической и разумной жизни и т. п.

К нелинейным наукам относятся механика, аэро- и гидродинамика, электродинамика, неравновесная термодинамика, физика высоких энергий, физика твердого тела, физика плазмы, физика атмосферы и океана, космология и многие другие науки. Оказывается, что окружающий нас мир является нелинейным, при этом многие процессы в разных науках подобны друг другу. Нелинейные явления в физике – не исключение, а закономерность.

---

[1] См.: *Шен И. Р.* Принципы нелинейной оптики. – М.: Наука, 1989. – 560 с.

[2] Профессор Калифорнийского университета в Беркли, специалист в области нелинейной оптики и квантовой радиофизики.

Линейная физика представляет собой своеобразный предел нелинейной физики. Поэтому нелинейная физика гораздо “богаче” линейной.

Патриарх российской физики, Нобелевский лауреат по физике 2003 г. академик В. Л. Гинзбург высказал иную точку зрения на нелинейную физику[1]. В середине 1980-х гг. он сформулировал 23 проблемы, которые должны определить развитие физики в конце XX и в XXI в. (Интересно, что их число совпало с числом знаменитых проблем Гильберта, предопределивших развитие математики в XX веке.) Среди прочих проблем, например, таких как проблема металлического водорода, В. Л. Гинзбург назвал и нелинейную физику, фактически понимая под нею только возникновение хаотических колебаний в простых детерминированных системах и турбулентность в гидродинамике. Нам же такой подход представляется слишком узким и неоправданным.

1.1. Основные этапы формирования представлений о нелинейном мире

Представление о нелинейном мире формировалось постепенно. В античные времена и средневековье элементы нелинейности изучались в математике, но отсутствовали в науках о природе. В математике были найдены решения квадратных, кубических, а затем и уравнений более высоких степеней, формировались также понятия о свойствах нелинейных функций.

Небесная механика – первая из естественных наук, столкнувшаяся еще во времена Кеплера с нелинейностью. Именно Кеплер установил, что период обращения планет зависит от их кинетической энергии орбитального движения. Проблема трех тел, взаимодействующих по закону всемирного тяготения, – также пример нелинейной задачи из области механики.

В 1835 г. шотландский инженер-кораблестроитель Дж. С. Рассел обнаружил необычные нелинейные волны на воде, которые он назвал *уединенными*. К ним, в частности, относятся волны, генерируемые на поверхности океана во время подводных землетрясений и извержений вулканов, получившие название *цунами*. Математически уединенная волна Рассела описана в 1895 г. Кортевегом и де Вризом.

[1] См.: Физика XX века. Развитие и перспективы.– М.: Наука, 1984.– С. 219–280.

Еще в середине XIX в. физики столкнулись с другим ярким примером нелинейных волн – ударными волнами в газах и жидкостях.

Уже в начале XX в. стало ясно, что многие задачи гидродинамики, акустики и аэродинамики являются *нелинейными*.

Примерно в это же время ставятся и решаются задачи зарождающейся радиотехники (такие как генерация, смешение, детектирование колебаний). Одним из пионеров *нелинейной радиотехники* (да и теории колебаний) является Ван-дер-Поль. В 1920–1930-е гг. появляется советская школа “нелинейных радиотехников”. Ее возникновение связано с деятельностью одного из первых советских радиофизиков – Л. И. Мандельштама.

В 1930–1940-х гг. обнаружены и изучены явления кросс-модуляции и самомодуляции в ионосфере Земли при распространении в ней мощных радиоволн средневолнового и длинноволнового диапазонов.

До Второй мировой войны нелинейные задачи в различных областях науки представлялись специфическими и решались каждая своим методом. После создания теории нелинейных колебаний начали прорисовываться общие закономерности в нелинейных процессах, постепенно появился “*нелинейный язык*”, “*нелинейный опыт*” и стало формироваться “*нелинейное мышление*”. Разные науки и задачи техники начали обогащать друг друга. Была установлена общность моделей нелинейных явлений и методов их анализа.

Значительное разнообразие нелинейных явлений было обнаружено в 1940-е и 1950-е гг. в связи с работами по созданию ядерного оружия, сверх- и гиперзвуковой авиации, ракетно-космической техники.

Большое влияние на изучение нелинейных явлений оказала разработка электронно-вычислительной техники. Уже на рубеже 1940 – 1950-х гг. в США было обнаружено в численном эксперименте *явление Ферми – Пасты – Улама*, сводящееся к возникновению незатухающих уединенных волн в системе связанных нелинейных маятников.

Другой фундаментальный результат численных экспериментов относится к обнаружению необычного поведения нелинейных уединенных волн. Эти волны после взаимодействия расходились, не изменив своих параметров, что напоминало столкновение упругих шаров или частиц. По этой причине авторы данного результата назвали такую уединенную волну *солитоном* (Забуский, Крускал, 1965 г.). Таким образом, в науку введено новое фундаментальное понятие. Солитон играет в нелинейной физике такую же всеобъемлющую роль, как осциллятор в классической физике. Его примерами могут служить черные дыры в астрофизике, Большое Красное Пятно в атмосфере Юпитера, шаровая молния, циклоны, цунами, электрические домены Ганна, монополь Дирака и др.

В 1960-е гг. появились или получили развитие такие науки, как *нелинейная оптика* (*нелинейная квантовая радиофизика*), *нелинейная акустика*, *нелинейная физика плазмы*, *нелинейная физика полупроводников*, *физика высоких энергий*, *нелинейная термодинамика* и др.

В 1960 – 1990-е гг. интенсивно изучается воздействие мощного радиоизлучения на околоземную космическую плазму. Околоземный космос превратился в своеобразную “нелинейную” лабораторию.

С 1960-х гг. ведут свой отсчет такие направления в науке, как *детерминированный хаос* и *синергетика*. Последняя, являясь междисциплинарной наукой, описывает зарождение порядка из хаоса.

В настоящее время нелинейная физика (радиофизика) бурно развивается. Несмотря на это, мы еще очень мало знаем о нелинейных явлениях, но еще меньше умеем их использовать.

1.2. Причины возникновения нелинейных явлений

Механизмы нелинейных явлений естественно зависят от специфики изучаемого процесса. Однако в одном достаточно общем случае можно указать универсальную причину. Нелинейность появляется, если процесс характеризуется сравнительно большим *энергосодержанием (энерговыделением)*, относительно высокими скоростями, температурами и т. п. Обычно достаточно ввести в рассмотрение плотность энергии вынуждающего источника $w_и$ и плотность энергии $w_п$ изучаемого процесса. Нелинейные явления становятся существенными при $w_и \geq w_п$ и определяющими при $w_и \gg w_п$. Линейным рассмотрением можно ограничиться при $w_и \ll w_п$.

В радиофизике, в теории колебаний и волн удобнее использовать амплитуду A возмущающей волны (колебания) и характерную амплитуду $A_х$, описывающую данный процесс. Тогда линейная теория применяется при $A \ll A_х$, если же $A \geq A_х$, и тем более $A \gg A_х$, необходимо решать нелинейную задачу.

Таким образом, линейное рассмотрение возможно, если имеется малый параметр типа:

$$\mu = \frac{w_{\text{и}}}{w_{\text{п}}}, \quad \mu = \frac{A}{A_{\text{х}}} \ .$$

В этом случае исходные уравнения линеаризуются по малому параметру (или их совокупности). Следовательно, линейная теория – это предельный случай нелинейной теории, когда $\mu \to 0$. Поэтому ясно, что физика нелинейных процессов должна быть значительно богаче физики линейных явлений.

Строго говоря, нелинейностью нельзя пренебречь даже при $A \ll A_{\text{х}}$ или $\mu \ll 1$. Например, если слабая волна ($A \ll A_{\text{х}}$) распространяется в среде, которую можно рассматривать как недиссипативную недиспергирующую, то при прохождении достаточно большого пути нелинейные эффекты накапливаются и становятся определяющими. Поэтому недиспергирующая, недиссипативная среда достаточной протяженности, вообще говоря, должна рассматриваться как нелинейная. Дисперсия и диссипация препятствуют нелинейным искажениям. Действительно, наличие диссипации может привести к поглощению волны еще до того, как скажется нелинейность. За счет дисперсии фазовые соотношения между гармониками быстро изменяются в пространстве, значит, прогрессивного обогащения спектра и заметного искажения профиля волны в результате нелинейности не происходит.

Откуда появляется нелинейность в радиофизике? Дело в том, что в вакууме уравнения Максвелла и, как следствие, волновое уравнение – линейные. При распространении достаточно сильных ($A \geq A_{\text{х}}$) электромагнитных волн в средах может возникнуть зависимость относительных тензоров диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}$ и магнитной проницаемости $\hat{\mu}$, а также проводимости среды $\hat{\sigma}$ от амплитуды поля волны, т. е.

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}(E,H);$$
$$\hat{\mu} = \hat{\mu}(E,H);$$
$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}(E,H).$$

В данном курсе ограничимся случаем

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}(E);$$
$$\hat{\mu} = 1;$$
$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}(E).$$

1.3. Структура, цели и задачи курса

Курс состоит из семи разделов и заключения.

Первый раздел является Введением.

Во втором разделе изучаются основы нелинейной электродинамики, т. е. методы решения нелинейного волнового уравнения, точные решения уравнений Максвелла, эффекты самовоздействия и взаимодействия электромагнитных волн, неустойчивости, а также стационарные волны и солитоны.

Третий раздел посвящен некоторым нелинейным эффектам в квантовой радиофизике.

В четвертом разделе рассматриваются нелинейные явления в газоразрядной и твердотельной плазме.

В пятом разделе изучаются нелинейные процессы в околоземной космической плазме.

В шестом разделе даются основные понятия о методах решения нелинейных задач статистической радиофизики.

Седьмой раздел посвящен двум актуальным проблемам нелинейной радиофизики – возможности возникновения хаоса в детерминированных системах и самоорганизации.

В Заключении подведены итоги курса.

Целью курса является описание основных эффектов и процессов в нелинейной радиофизике. Для уяснения общности явлений природы приводятся многочисленные примеры из смежных наук. Курс должен способствовать формированию нелинейного мышления и нелинейного мировоззрения.

Студент должен знать:

причины и механизмы возникновения, методы описания нелинейных явлений;

основные нелинейные явления, возникающие в различных разделах современной радиофизики;

место и роль нелинейных эффектов в радиофизике, физике, других науках и в технике.

Студент должен уметь:

- оценивать возможность возникновения нелинейных явлений в различных задачах радиофизики;
- качественно и количественно описывать основные нелинейные явления, возникающие при распространении сильных электромагнитных волн в средах.

Изучению курса должны помочь книги, перечень которых представлен в списке литературы [1 – 44].

Вопросы для самоконтроля

1. Объясните, почему нелинейность – закономерность, а не исключение.

2. Опишите основные этапы формирования представлений о нелинейном мире.

3. Почему важен учет нелинейности?

4. Опишите причины возникновения нелинейности в радиофизике.

5. Что должен знать читатель, изучивший книгу "Введение в нелинейную радиофизику"?

6. Что должен уметь читатель, изучивший книгу "Введение в нелинейную радиофизику"?

ГЛАВА 7. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНАЯ ЛЕКЦИЯ

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ НЕЛИНЕЙНОЙ РАДИОФИЗИКИ

> Проблема детерминированности и случайности, предопределенности и непредсказуемости, зародившись много веков назад, продолжает оставаться одной из фундаментальных и острых проблем естествознания[1].

В настоящем разделе рассматриваются две проблемы: появление *хаоса* в простых детерминированных системах и возникновение *самоорганизации* в хаосе. Приводятся примеры этих явлений из радиофизики и электроники, а также других наук. Оказывается, что подобные явления имеют место в природе в целом, и ими занимаются различные науки, к которым относятся физика, химия, биология, социология, экономика, медицина и др. [1, 9, 15, 16, 19, 33, 35, 39, 41].

---

[1] См.: *Дмитриев А. С., Кислов В. Я.* Стохастические колебания в радиофизике и электронике. – М.: Наука, 1989. – 280 с.

7.1. Детерминированный хаос в радиофизике

Рассмотрим особенности детерминированного хаоса.

7.1.1.Понятие хаоса. Математический аппарат хаоса

При рассмотрении нелинейных явлений в статистической радиофизике (глава 6) отмечалось, что стохастичность возникает вследствие случайной модуляции волны, статической неоднородности среды или же из-за наличия распределенных источников шума. В этой главе будем считать отсутствующими указанные причины.

Оказывается, что хаос может возникнуть в очень простых детерминированных системах, но непременно нелинейных и динамических. Поэтому такой хаос называется *детерминированным,* или *динамическим*. Термин "хаос" отражает *факт непредсказуемости* поведения системы. Хаос приводит к *деградации* эволюционирующей системы.

Детерминированный хаос следует отличать от просто случайного процесса, так как первый обусловлен внутренними взаимосвязями, являющимися результатом нелинейности системы. Хаос описывается при помощи понятия *структуры*. При детерминированном хаосе они образуются одинаково часто. Структуры детерминированного хаоса поражают исследователя *разнообразием* и *симметрией*. В динамическом хаосе есть *гармония*, он значительно красивее обычного случайного процесса. И хотя невозможно предугадать, какая структура возникнет из хаоса, удается предсказать тип возможной структуры.

Геометрическим образом хаоса являются *странные аттракторы* – подмножества, на которых траектории в фазовом пространстве не обладают свойством устойчивости[1]. Сечение таких аттракторов представляет собой хаотические фигуры, которые относятся к так называемым *фракталам*.

Термин "фрактал" происходит от английского fractional – *дробный*. Его ввел в обращение математик из США Б. Мандельброт. *Фракталом* называется объект, обладающий двумя основными свойствами – *самоподобием* (достаточно локального самоподобия) и *дробной размерностью*. Последнее требует дополнительного пояснения [26].

---

[1] Аттрактором называется подмножество фазового пространства, к которому стягиваются фазовые траектории. На плоскости оно представляет собой точку или предельный цикл.

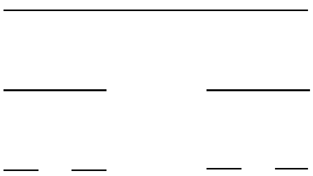
7.1.2. Понятие о геометрии фракталов. Фракталы в математике и природе

Геометрия фракталов изучает математические свойства геометрических объектов с дробной размерностью.

Целочисленную размерность в математике называют *топологической*. Топологическая размерность d_{T} точки, кривой и поверхности равна соответственно 0, 1 и 2. Однако не все геометрические объекты имеют целочисленную размерность.

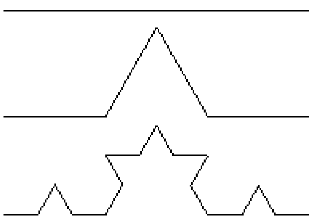
Дробная размерность d_{H} введена в 1918 г. Ф. Хаусдорфом и носит его имя. Иногда ее называют *размерностью Хаусдорфа – Базековича*.

Впервые фракталы появились в математике на рубеже XIX и XX в. Их примерами являются *канторово множество* (рис. 7.1), *кривая Кох* (рис. 7.2), *ковер Серпинского* (рис. 7.3) и др. [10]. Алгоритм образования множеств понятен из рисунков. В качестве исходного берется отрезок единичной длины.



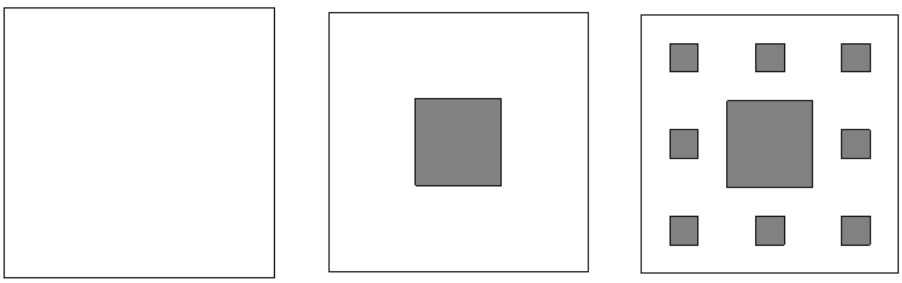
и т. д.

Рис. 7.1. Образование канторового множества. Выбрасывается средняя часть отрезка, равная 1/3 его длины



и т. д.

Рис. 7.2. Образование кривой Кох. Средний отрезок длиной 1/3 заменяется двумя такой же длины



и т. д.

Рис. 7.3. Образование ковра Серпинского. Заштрихованные квадраты выбрасываются

Хаусдорфову размерность множества вычисляют так. Пусть исследуемое множество погружено в пространство размерности d_{T}. Покроем это множество d_{T}-мерными “кубиками” со стороной r. Пусть “объем” кубика – $r^{d_{\mathrm{H}}}$. Тогда число кубиков в единичном объеме ($V = 1$) равно:

$$N(r) = \frac{V}{r^{d_{\mathrm{H}}}} = \frac{1}{r^{d_{\mathrm{H}}}}.$$

Отсюда

$$d_{\mathrm{H}} = \frac{\ln N(r)}{\ln \frac{1}{r}}.$$

При $r \to 0$ (или числе повторений процедуры алгоритма $n \to \infty$) нужно вычислить предел

$$d_{\mathrm{H}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\ln N(r_n)}{\ln \frac{1}{r_n}}.$$

Приведем примеры вычислений d_{H}.

Рассмотрим подробнее канторово множество. До деления отрезка его длина $r_0 = 1$, число отрезков $N = 1$, после первого деления число оставшихся отрезков $N = 2$, длина $r_1 = 1/3$. Далее алгоритм повторяется. Для удобства результаты запишем следующим образом.

Номер шага	Количество оставшихся отрезков	Длина отрезка
$n = 0$	$N = 1$	$r_0 = 1,$
$n = 1$	$N = 2$	$r_1 = 1/3,$
$n = 2$	$N = 2^2$	$r_2 = (1/3)^2,$
...	...	...
$n = n$	$N = 2^n$	$r_n = (1/3)^n.$

Тогда

$$d_{\mathrm{H}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\ln N(r_n)}{\ln \frac{1}{r_n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\ln 2^n}{\ln 3^n} = \frac{\ln 2}{\ln 3} \approx 0,63.$$

Очевидно, что $0 < d_{\mathrm{H}} < 1$. Таким образом, канторово множество – это уже не линия ($d_{\mathrm{H}} = 1$), но и не совокупность точек ($d_{\mathrm{H}} = 0$). Можно сказать, что это *"густое" множество точек*.

Вычислим длину выброшенных отрезков

$$l = \frac{1}{3} + 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + ... + 2^{n-1}\left(\frac{1}{3}\right)^n + ...$$

Рассматривая эту сумму как сумму членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии с первым членом $a_1 = 1/3$ и знаменателем $q = 2/3$, получим

$$l = \frac{a_1}{1-q} = 1.$$

Таким образом, длина оставшейся части $l_{\text{ос}} = 1 - l = 0$. Следовательно, $d_{\text{Т}} = 0$, $d_{\text{Н}} > d_{\text{Т}}$.

Для кривой Кох имеем:

$$\begin{array}{lll}
n = 0 & N = 1 & r_0 = 1, \\
n = 1 & N = 4 & r_1 = 1/3, \\
n = 2 & N = 4^2 & r_2 = (1/3)^2, \\
... & ... & ... \\
n = n & N = 4^n & r_n = (1/3)^n.
\end{array}$$

Отсюда

$$d_{\text{Н}} = \lim_{n\to\infty}\frac{\ln N(r_n)}{\ln\dfrac{1}{r_n}} = \lim_{n\to\infty}\frac{\ln 4^n}{\ln 3^n} = \frac{\ln 4}{\ln 3} \approx 1{,}26.$$

Очевидно, что $1 < d_{\text{Н}} < 2$, в то время как $d_{\text{Т}} = 1$. Кривая Кох – это уже не линия ($d_{\text{Н}} = 1$), но еще и не поверхность ($d_{\text{Н}} = 2$). Можно сказать, что это *"толстая" линия*. Интересно, что ее длина $l = \infty$. Покажем это:

$$l = \lim_{n\to\infty} N(r_n) r_n = \lim_{n\to\infty} 4^n\left(\frac{1}{3}\right)^n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{4}{3}\right)^n = \infty.$$

В случае ковра Серпинского имеем:

$$\begin{array}{llll}
n = 0 & N = 1 & r_0 = 1 & S_0 = 1, \\
n = 1 & N = 8 & r_1 = 1/3 & S_1 = (1/3)^2, \\
n = 2 & N = 8^2 & r_2 = (1/3)^2 & S_2 = (1/3)^4, \\
... & ... & ... & ... \\
n = n & N = 8^n & r_n = (1/3)^n & S_n = (1/3)^{2n}.
\end{array}$$

Здесь S_1, S_2 ... – площади соответствующих выбрасываемых квадратов N – число оставшихся квадратов. Тогда

$$d_{\text{H}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\ln N(r_n)}{\ln \dfrac{1}{r_n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\ln 8^n}{\ln 3^n} = \frac{\ln 8}{\ln 3} \approx 1,89.$$

Видно, что $1 < d_{\text{H}} < 2$, $d_{\text{H}} < d_{\text{T}} = 2$. Таким образом, ковер Серпинского – это уже не поверхность ($d_{\text{H}} = 2$), но и не линия ($d_{\text{H}} = 1$). Можно сказать, что это *"дырявая" поверхность*.

Вычислим площадь выброшенных квадратов:

$$S = S_1 + 8S_2 + 8^2 S_3 + ... + 8^{n-1} S_n + ... = \frac{a_1}{1-q},$$

где $a_1 = S_1 = (1/3)^2$, $q = 8S_2 / S_1 = 8S_3 / S_2 = ... = 8/9$. Видно, что $S = 1$, площадь оставшейся поверхности $S_{\text{ос}} = 1 - S = 0$.

Рассмотренные примеры показывают, что фракталы задают *математическими алгоритмами*.

Описанные выше фракталы принадлежат к *регулярным* фракталам.

Фракталы могут быть *стохастическими*. К ним относится, в частности, траектория броуновской частицы, для которой $d_{\text{T}} = 1$, $d_{\text{H}} = 2$ или 3 соответственно, при движениях на плоскости или в пространстве.

На практике с фракталами впервые столкнулись, пожалуй, в середине XX в. при измерении длины береговой линии Великобритании. Оказалось, что ее длина l зависит от длины измерителя. Такая зависимость исчезла, когда предположили, что $N(r_n) = \left(\dfrac{l}{r_n}\right)^{d_{\text{н}}}$, где d_{H} – дробное число.

После этого события число открытых в природе фракталов стало быстро увеличиваться. Оказалось, что при помощи фракталов можно описать облака, неровности ландшафта, деревья, молниевый разряд, трещины после землетрясений, поверхность хромосферы Солнца, звездные объекты и т. д.

Наличие фракталов можно обнаружить в музыке как классической, так и современной. (Примером являются песни ансамбля “Битлз”).

Абстрактное искусство часто бывает фрактальным.

Таким образом, окружающий нас мир *адекватно* описывается лишь фрактальной геометрией. Евклидова, а также сферическая геометрии являются лишь *грубыми идеализациями* или *"карикатурами"* на фрактальную геометрию.

Так что же такое фрактал? *Фрактал – это густое множество точек, толстая линия, "вспененная" поверхность и даже "вспененное" пространство – время.*

Фрактал – это язык новой геометрии.

Фрактал – это новое описание действительности.

Фрактал – это новое ("дробно-размерное") мировоззрение.

7.1.3. Формирование идеи динамического хаоса

Математические основы описания хаоса в нелинейных динамических системах берут свое начало от работ А. Пуанкаре, выполненных на рубеже XIX –XX вв.

По-видимому, стохастичность в нелинейной радиотехнике наблюдали еще в 1920 – 1930-е гг., однако связывали ее с *шумами*. Даже в 1960-е гг. С. Рейс, Дж. Зеленс, обнаружив сплошной спектр колебаний в системе электронный пучок – бегущая волна, объяснили его усилением внутренних шумов.

Между тем, в конце 1950-х гг. Б. В. Чириков обратил внимание на то, что колебания нелинейного осциллятора, находящегося под действием внешних многочастотных сил, а также системы нелинейных осцилляторов могут быть не периодическими, а значительно более сложными, обладать *сплошным спектром*. Последнее обстоятельство является *признаком хаоса*.

Первая математическая модель, описывающая динамический хаос, была численно исследована американским метеорологом Э. Лоренцом в 1963 г.

Модель Лоренца имела вид:

$$\dot{x} = -a(x + y),\ \ a > 0,$$
$$\dot{y} = -y + bx - xz,\ \ b > 0,$$
$$\dot{z} = -cz + xy,\ \ c > 0.$$

Э. Лоренц впервые обнаружил необычный вид фазовых траекторий, названных в 1971 г. Д. Рюэлем и Ф. Такенсом *странными аттракторами* (аттракторами Лоренца).

Лоренц показал, что *небольшие изменения в начальных условиях* системы нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка приводили к переходу от порядка (т. е. устойчивости фазовых траекторий) к хаосу (к их неустойчивости). Это явление затем было названо *"баттерфляй"-эффектом* (*эффектом "бабочки"*). Имелось в виду то, что взмах крыльев бабочки может привести к непредсказуемым метеоэффектам.

Настоящий всплеск интереса к детерминированному хаосу наблюдается с начала 1970-х гг., когда было обнаружено, что в простейших генераторах могут возникать хаотические колебания.

Такие колебания в ряде случаев также описываются моделью Э. Лоренца. Она позволяет изучать временной детерминированный хаос.

Учет пространственной протяженности динамической системы может привести к появлению хаоса даже тогда, когда это невозможно в случае неограниченной системы. Динамика такой системы описывается нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных. Хаос в этом случае именуется *пространственно - временным*. Его стали изучать в конце минувшего века.

Большой вклад в развитие работ по детерминированному хаосу в радиофизике и электронике внесли Б. С. Анищенко, А. В. Гапонов-Грехов, А. С. Дмитриев, В. Я. Кислов, П. С. Ланда, Ю. И. Неймарк, М. Н. Рабинович, Д. И. Трубецков и др. [1, 9, 15, 19, 39, 41].

Появилась соответствующая школа и в ХНУ имени В. Н. Каразина (О. А. Третьяков, Д. М. Ваврив и их ученики).

Математические основы детерминированного хаоса и методов его описания заложены в работах А. М. Ляпунова, А. Н. Колмогорова, Б. Мандельброта, В. И. Арнольда, Я. Г. Синая, М. Фейгенбаума и др. [26].

Развитие детерминированного хаоса в различных физических системах описали Г. М. Заславский и Р. З. Сагдеев в своей знаменитой книге “Нелинейная физика. От маятника до турбулентности и хаоса” [10].

7.1.4. Причины возникновения хаоса

Рассмотрим нелинейный осциллятор в пульсирующей потенциальной яме. Его движение описывается уравнением [31]

$$\ddot{x} + x - x^3 = \mu \sin t,$$

где $\mu = \text{const}$, t – безразмерное время. При $\mu = 0$ фазовый портрет системы показан на рис. 7.4.

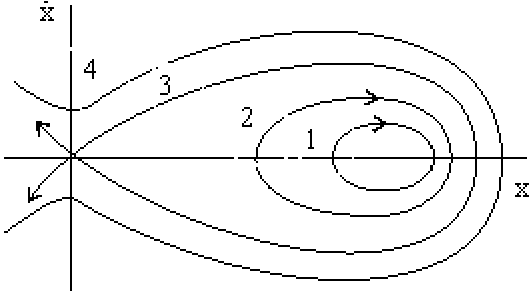


Рис. 7.4. Фазовый портрет нелинейного осциллятора:

1 – гармонические колебания;

2 – квазигармонические колебания;

3 – сепаратриса;

4 – инфинитное движение

Движение осциллятора качественно не изменится и при $\mu \neq 0$, если только в разные моменты времени точки фазовой траектории попадают в одну и ту же сторону от сепаратрисы, разделяющей финитное и инфинитное движение.

Если же в течение периода колебаний точки фазовой траектории попадают в *разные* области пространства, разделенные сепаратрисой, то движение становится хаотическим. Математически его связывают с существованием *гомоклинической структуры*.

Известно, что фазовые траектории пересекаться не могут. Как же они оказываются по разные стороны от сепаратрисы? Для этого нужно выйти в трехмерное фазовое пространство, т.е. рассмотреть систему с *полутора степенями свободы*. Пример возвращающейся неустойчивости траектории показан на рис. 7.5.

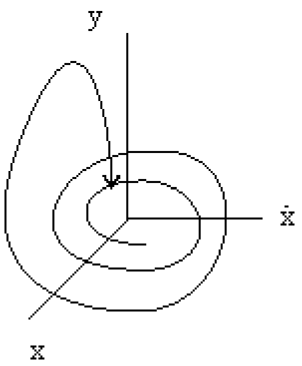


Рис. 7.5. Фазовая траектория в системе с полутора степенями свободы, т. е. в трехмерном фазовом пространстве

Таким образом, причиной возникновения хаоса служит *неустойчивость фазовых траекторий*. При этом расстояние между ними

$$d \sim e^{\lambda t},$$

где λ – показатель неустойчивости.

7.1.5. Условия и сценарии возникновения хаоса

Для того, чтобы в системе возник хаос, она должна удовлетворять следующим условиям [1, 9, 16, 19, 31, 33, 39]:

быть нелинейной;

быть неравновесной или открытой системой, т. е. должен быть приток энергии, вещества или информации извне;

обладать $n \geq 1{,}5$ степенями свободы;

допускать возникновение коллективных (кооперативных) процессов.

Наиболее универсальным путем возникновения хаоса есть *бифуркация*[1] *удвоения периода*. Он детально изучен М. Фейгенбаумом. Переход к хаосу может осуществиться постепенно (мягкий режим) и скачком (жесткий режим). Последний реализуется, в частности, в модели Лоренца. Периодические колебания могут *перемежаться* с хаотическими (рис. 7.6).

7.1.6. Примеры хаотических радиофизических систем

Для появления хаотических режимов в радиофизических системах в классический колебательный контур необходимо добавить *внешнее воздействие*, либо изменить *вид нелинейности*, либо же *увеличить размерность* фазового пространства (число степеней свободы) [1, 9].

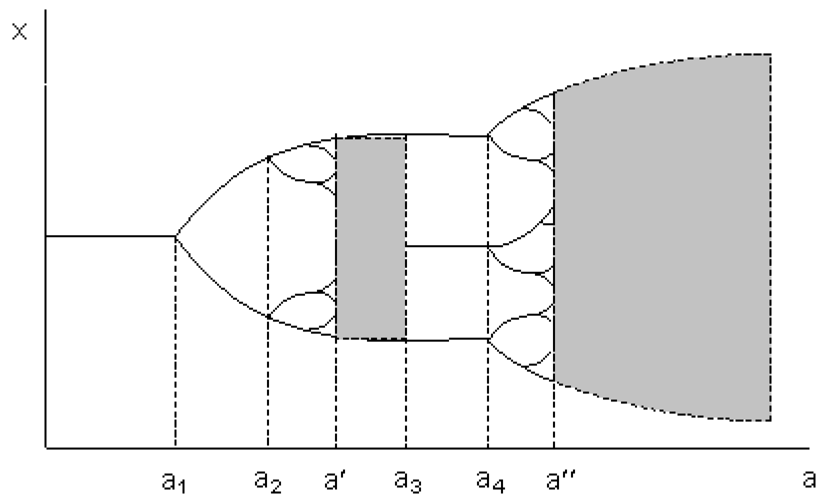


Рис. 7.6. Бифуркационная диаграмма: $0 < a < a_1$ – одно установившееся колебание с периодом T_1; $a_1 < a < a_2$ – две ветви устойчивых периодических колебаний с $T_2 = 2T_1$ (в зависимости от начальных условий устанавливается одно из них; $a_2 < a < a'$ – интервалы дальнейших удвоений периода: $T_4 = 4T_1$, $T_8 = 8T_1$,..., $T_{2^n} = 2^n T_1$...; $a' < a < a_3$ – хаотические колебания); $a_3 < a < a_4$ – устойчивые колебания с $T_3 = 3T_1$; $a_4 < a < a''$ – интервалы удвоений периода: $T_6 = 6T_1$, $T_{12} = 12T_1$,..., $T_{3\cdot 2^n} = 3 \cdot 2^n T_1$...; $a'' < a$ – хаотические колебания

Простейший генератор хаотических колебаний представляет собой устройство из безынерционного нелинейного элемента, линейного фильтра и

---

[1] Бифуркация – качественное изменение решений и траекторий в фазовом пространстве при изменении параметров системы.

элемента временной задержки. Модель такого устройства описывается уравнением

$$\dot{x} + x = F\left(x(t-\tau)\right),$$

где $F(x)$ – характеристика нелинейного элемента, τ – время задержки.

Другим примером может быть генератор Ван-дер-Поля с нелинейным реактивным элементом. Он описывается соотношением:

$$\ddot{x} + \varepsilon\left(\dot{x} - \dot{F}(x)\right) + R(x) = \beta\cos\omega t,$$

где $R(x)$ – характеристика реактивного элемента.

В качестве примеров принципиальных схем приведем схемы генераторов шума на основе туннельного диода (нелинейного элемента) (рис. 7.7) и нелинейного резистора (рис. 7.8).

В настоящее время разработаны генераторы шума в широком диапазоне частот ($\sim$ 1 кГц – 10 ГГц), использующие идеи детерминированного хаоса.

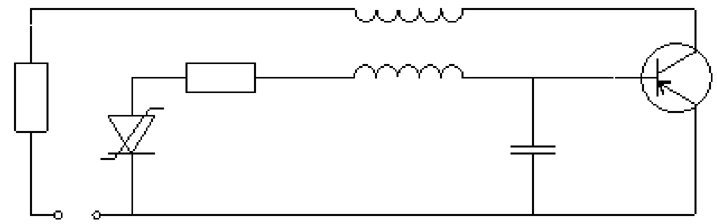


Рис. 7.7. Схема генератора хаотических колебаний на основе нелинейного диода

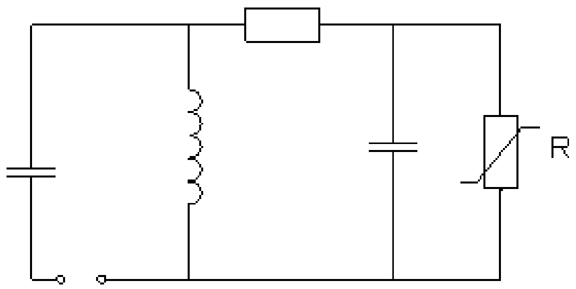


Рис. 7.8. Схема генератора хаотических колебаний на основе нелинейного резистора R

Пожалуй, самым простым устройством, в котором возможны хаотические колебания, есть цепь, схема которой показана на рис. 7.9.

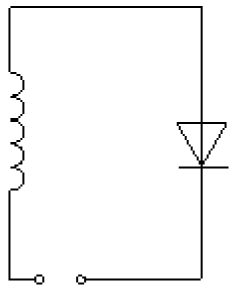


Рис. 7.9. Схема простейшего устройства с хаотическими колебаниями. Нелинейным элементом служит диод

В целом же проблема детерминированного хаоса выходит далеко за пределы радиофизики и электроники и является *междисциплинарной*.

Например, идеи детерминированного хаоса оказались плодотворными для описания сценария перехода от ламинарного течения к *турбулентному*.

Интересно и поучительно, что ламинарное течение, в котором неизменно присутствует тепловое движение молекул вещества, является более хаотичным, чем турбулентное. Конечно же, последнее является более сложным, чем ламинарное. *Не следует поэтому отождествлять более сложное и более хаотическое.*

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое хаос?

2. Что такое динамический (детерминированный) хаос? Чем он отличается от хаоса?

3. Что такое странный аттрактор? Чем он отличается от аттрактора?

4. Что такое фрактал?

5. Приведите примеры фракталов в математике.

6. Приведите примеры фракталов в природе.

7. Что такое топологическая размерность?

8. Что такое хаусдорфова размерность?

9. Вычислите фрактальную размерность канторова множества. Сравните ее с топологической размерностью исходного объекта.

10. Вычислите фрактальную размерность кривой Кох. Сравните ее с топологической размерностью исходного объекта.

11. Вычислите фрактальную размерность ковра Серпинского. Сравните ее с топологической размерностью исходного объекта.

12. Опишите особенности фрактальной геометрии.

13. Какой геометрией точнее описывается физический мир? Почему?

14. Опишите формирование идеи детерминированного хаоса.

15. В чем главная заслуга Э. Лоренца?

16. В чем суть "батерфляй-эффекта"?

17. В чем причина возникновения детерминированного хаоса?

18. Что такое бифуркация?

19. Опишите условия и сценарии возникновения детерминированного хаоса.

20. Приведите примеры радиофизических устройств и систем, в которых возникает детерминированный хаос.

21. Можно ли отождествлять сложное и хаотическое? Почему?

7.2. Явление самоорганизации в радиофизике

В этом подразделе рассматривается явление возникновения *порядка из хаоса*, приводятся примеры из различных наук [15, 35].

7.2.1. Понятие самоорганизации. Синергетика

Согласно классической физике, система стремится к росту энтропии, а значит, и росту беспорядка. Почему же в природе (вспомним, например, теорию Дарвина) может возникнуть порядок из беспорядку? Это относится к зарождению и эволюции флоры и фауны. Почему в конце концов появилось мыслящее существо – homo sapiens?

Современная физика и естествознание допускает возможность возникновения порядка из хаоса. Для этого система должна быть *нелинейной, открытой, со многими степенями свободы*, а также она должна допускать возникновение *кооперативных* процессов. В таком случае возможна *самоорганизация*.

Этими проблемами занимается междисциплинарная наука *синергетика* [15, 35]. Ее название введено в 1972 г. Г. Хакеном. Объектом исследования синергетики являются структуры *(автоструктуры)*, т. е. упорядоченные образования.

Явление *самоорганизации* связано с *притоком* энергии (вещества и т. д.) и *«забыванием»* начальных условий. Так, например, уравнение диффузии для концентрации частиц N вида:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = F(N) + D\frac{\partial^2 N}{\partial x^2}, \tag{7.2.1}$$

где $F(N)$ – функция баланса рождающихся и погибающих частиц, D – коэффициент диффузии, традиционно описывает диссипативный процесс, т.е. уничтожение упорядоченности.

Однако, как показали в 1937 г. А. Н. Колмогоров, И. Г. Петровский и Н. С. Пискунов, оно допускает решение в виде стационарных волн в виде $N(t,x) = N(x - ut)$, где u – скорость движения фронта волны. При $t \to \infty$

$$u = 2\sqrt{D(N_0)F'(N_0)},$$

где N_0 – невозмущенное значение концентрации частиц. Важно, что вид $N = N(\xi)$ определяется не начальными и граничными условиями, а свойствами среды, т.е. видом нелинейной функции $F(N)$.

Заметим, что переход от двухмерного уравнения (7.2.1) к одномерному для $N(\xi)$, где $\xi = x - ut$, также является примером самоорганизации.

Процессы самоорганизации могут носить *колебательный* характер и сопровождаться распространением волн, которые получили название *автоволн*. Ниже опишем их подробнее, но сначала проследим этапы формирования идеи самоорганизации (синергетической идеи).

7.2.2. Формирование синергетической идеи

До середины XX в. шло накопление данных наблюдений. Сюда можно отнести ячейки Бенара – упорядоченные структуры, возникающие на сковороде при нагреве в ней масла, описанные Г. Бенаром еще в 1900 г.; их атмосферных "родственников" – облака почти правильной формы (прямоугольной или шестиугольной). И те, и другие возникают за счет притока тепла и последующей конвекции жидкости или газа.

Естественно, давно были открыты кольца Сатурна и 11-летний цикл солнечной активности и описаны многие другие факты самоорганизации. Никому, однако, не приходило в голову связать эти результаты воедино.

Все началось с опытов химика Б. П. Белоусова. В 1950 г. он обнаружил, что при протекании химической реакции цвет раствора *периодически* менялся (красный – синий – красный). Редакция одного из химических журналов отказалась опубликовать результаты наблюдений по причине того, что химические реакции не обратимы. Это, конечно, верно, но только для замкнутых систем и вблизи положения равновесия. Вдали от него процессы могут быть не только обратимыми, но и периодическими.

Однако такая нетривиальная идея утвердилась лишь в 1960-е гг., когда опыты Б. П. Белоусова были продолжены А. М. Жаботинским и повторены за рубежом.

Реакция Белоусова – Жаботинского давно стала классической.

Оказалось, что в открытых нелинейных системах могут генерироваться волны с необычными свойствами. Р. В. Хохлов в начале 1960-х гг., по аналогии с автоколебаниями, назвал их *автоволнами* (как известно, автоколебанием называется незатухающее колебание в нелинейной открытой системе, вид которого не зависит от начальных условий, а определяется свойствами системы).

Автоволнами называются волны, распространяющиеся в *активных средах* (т. е. открытых системах) без затухания и сохраняющие свои характеристики постоянными за счет непрерывного *подвода* энергии (вещества и т. д.) извне. Пример таких автоволн – движение фронта горения, протекание катализируемых химических реакций и т.д.

В начале 1970-х гг. были обнаружены автоволны спиральной формы (кратко – *спиральные волны*).

Позже автоволны были изучены в биофизике, в физике твердого тела и твердотельной электронике.

Определенный вклад в исследование автоволн в твердотельной электронике внесли Ю. В. Гуляев, Ю. И. Балкарей, М. И. Елинсон и др.

Настоящее место автоволн в науке, как и других проявлений самоорганизации, не было бы осознано, если бы в 1960 – 1970-е гг. не была создана *неравновесная (нелинейная) термодинамика*. Основная заслуга в ее создании принадлежит бельгийской школе, возглавляемой И. Пригожиным.

В 1970-е гг. проблема самоорганизации становится междисциплинарной, а междисциплинарную науку стали называть *синергетикой* (от греческого слова συνεργοζ – "совместимый").

В 1980-х гг. введено понятие *автосолитона*, который представляет собой уединенную автоволну. Параметры автосолитона полностью определяются свойствами системы. Ряд устойчивых образований в природе (полярные сияния, шаровая молния, некоторые аномальные атмосферные явления и даже так называемые НЛО), по-видимому, являются автосолитонами.

7.2.3. Свойства автоволн

Автоволны обладают необычными свойствами. Для их понимания можно представлять такую модель автоволны, как горение сухой травы с последующим вырастанием новой, молодой. Этот пример позволяет наглядно проследить все основные свойства автоволны (табл. 7.1).

Таблица 7.1. Свойства автоволн

Свойство	Волны	Автоволны	Солитоны
Сохранение энергии	+	–	–
Сохранение амплитуды и формы	–	+	+
Интерференция	+	–	–
Аннигиляция	–	+	–
Отражение	+	–	–
Дифракция	+	+	?

Зависимость от начальных условий	+	–	+

(Плюс означает наличие свойства, минус – его отсутствие).

Из таблицы видно, что почти все свойства автоволн *противоположны* свойствам обычных волн. Исключение составляет лишь дифракция. Существенно различаются свойства волн и солитонов.

Добавим, что автоволны описываются уравнением типа (7.2.1) или системой подобных уравнений. Важно, что эти уравнения *нелинейные* и *с источниками*.

7.2.4. Применение автоволн в радиоэлектронике

Как только в физике (или других науках) открывают новые типы волн, всегда предпринимаются попытки их применения для передачи информации, построения логических схем, устройств записи информации и т. п. Примерами являются волоконно-оптические солитоны (пункт 2.6.11), домены Ганна (пункт 2.6.5) и др.

В указанных направлениях ведутся работы по применению автоволн. Уже сегодня достигнута частота автоколебаний $\sim 10^{10}$ Гц. Пределом, видимо, является $f \sim 10^{12} – 10^{13}$ Гц. Большие преимущества автоволновых систем заключаются в их *пластичности* и *многофункциональности*.

Под пластичностью понимается множественность стационарных, колебательных и волновых состояний, а также многообразие переходных процессов при переключении состояний. Пластичность и широкие возможности реализации твердотельных сред определяют пути практического использования автоволновых процессов в радиоэлектронике.

7.2.5. Другие примеры самоорганизации

Самоорганизация – одно из фундаментальных свойств природы, оно – вездесущее. Еще Платон, предугадав это свойство, писал, что время превращает *хаос в космос* (т. е. в буквальном переводе *беспорядок в порядок*).

Классическими примерами самоорганизации есть ячейки Бенара, а также реакция Белоусова – Жаботинского.

В биологии такими примерами могут быть автоволновые режимы движения сердечной мышцы, а также законы Менделя. И даже то, что шкура ягуара пятнистая, а хвост полосатый, как оказалось, отражает свойства нелинейных открытых систем.

Богата примерами самоорганизации астрономия: кольца Сатурна, 11-летний цикл солнечной активности, белые карлики, нейтронные звезды, галактические структуры, крупномасштабная структура метагалактики и т. п.

Можно привести множество примеров возникновения порядка из хаоса в физике: формирование солитона и автосолитона, ударной волны, явление Ферми – Пасты – Улама и т. д.

К самоорганизующимся системам в радиофизике относятся: лазер на основе самопросветляющейся среды, устройство для обращения волнового фронта и др.

Явление самоорганизации часто наблюдается в природе: упорядоченные облака, волновой рельеф песка или снега, явление квазипериодического профиля ступенек в горных реках или искусственных потоках и др.

Переход от восприятия к мысли представляет собой самоорганизацию, а мысль – это когерентная структура, порождаемая мозгом.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое самоорганизация?
2. Что такое синергетика?
3. Сравните понятия "детерминированный хаос" и "самоорганизация".
4. Опишите формирование синергетической идеи.
5. Что такое автоволна?
6. Что такое автосолитон?
7. Дайте сравнительный анализ волн и автоволн.
8. Опишите применение автоволн в радиофизике и радиоэлектронике.
9. Приведите примеры самоорганизации.

7.3. Основные результаты

1. Детерминированный (динамический) хаос может возникать в простых нелинейных системах с числом степеней свободы более полутора. Хаос приводит к деградации системы.

2. Детерминированный хаос отличается от случайного поведения системы, в первом есть гармония.

3. Деградация и самоорганизация – фундаментальные понятия физики открытых систем.

Деградация и самоорганизация – две реализации одного и того же процесса, два возможных пути эволюции.

Хаос и порядок эквивалентны неустойчивости и устойчивости системы.

Не бывает абсолютного хаоса и абсолютного порядка. Реальная система всегда находится в некотором промежуточном состоянии.

4. Процессы самоорганизации – вездесущи. Они имеют место в микромире, макромире и мегамире.

Процессами самоорганизации занимается междисциплинарная наука – синергетика.

5. Автоволны – яркий пример самоорганизации. Их свойства (за исключением дифракции) прямо противоположны свойствам обычных волн.

Автоволны возникают в нелинейных открытых системах. Они играют значительную роль в функционировании живой материи.

В последние десятилетия автоволны находят применение в радиоэлектронике.

6. Многие процессы в природе имеют свойства автосолитона.

Задачи

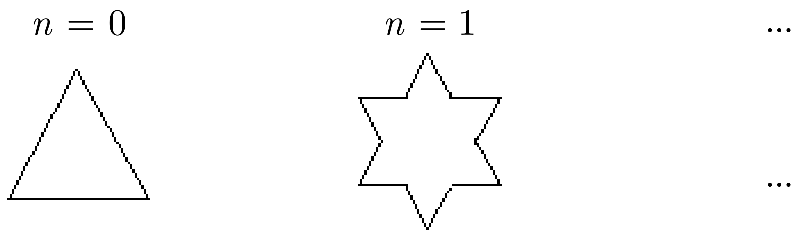
1. Вычислить хаусдорфову размерность множества, образованного последовательным делением единичного отрезка на m равных частей и выбрасыванием двух частей

а) второй и третьей, $m = 4$;

б) второй и четвертой, $m = 4$;

2. Вычислить хаусдорфову размерность

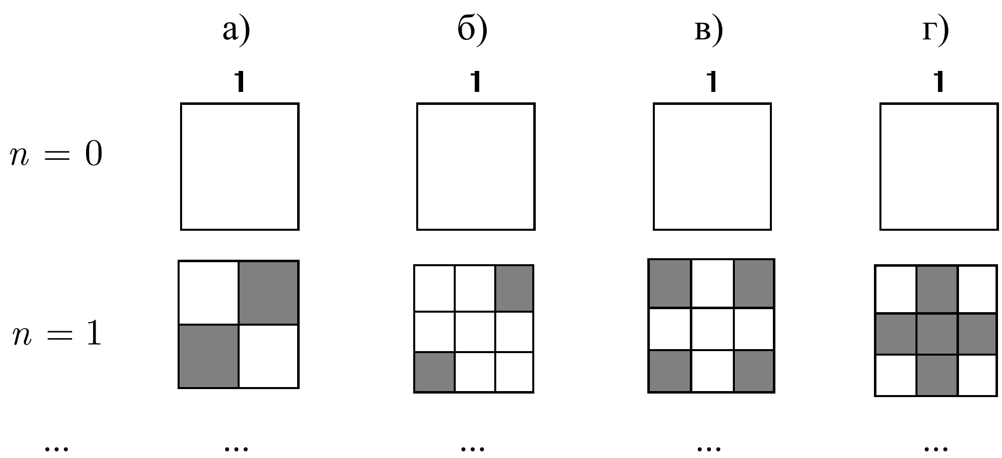
а) треугольника Кох:



б) квадрата Кох (множества, построенного аналогично треугольнику Кох, но на основе единичного квадрата);

3. Вычислить хаусдорфову размерность множества, образованного последовательным делением единичного отрезка на m равных частей и выбрасыванием k частей.

4. Вычислить хаусдорфову и топологическую размерности следующих множеств:



5. Вычислить хаусдорфову и топологическую размерности “дырявого” куба, образованного выбрасыванием среднего кубика после деления сторон куба на три равные части.

6. Обобщить результат задачи 5 на случай m-мерного куба с делением сторон на k равных частей.

7. Для отображения $x_{n+1} = \lambda\left(1 - x_n\right)x_n$ найти неподвижные точки и выяснить устойчивость траекторий при:

а) $\lambda = 0{,}5$, б) $\lambda = 1$.

8. Для нелинейного уравнения теплопроводности вида

$$\frac{\partial T}{\partial t} = F\left(T\right) + \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad \chi = \mathrm{const}.$$

найти амплитуду стационарного решения и скорость движения фронта волны. Принять

а) $F\left(T\right) = \alpha T - \beta T^2$, б) $F\left(T\right) = \alpha T^2 - \beta T$.

В чем здесь заключена самоорганизация?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С каждым годом все более возрастает интерес к весьма неожиданной и "красочной" картине явлений нелинейной физики[7].

Основные итоги курса сводятся к следующему

1. *Нелинейные явления* в современной науке не исключение, а *закономерность*. Окружающий нас мир – нелинеен, он описывается нелинейными уравнениями. Нелинейная физика гораздо богаче линейной физики явлениями, так как последняя представляет собой предел нелинейной физики.

Нелинейность – отрицание категории линейности. Нелинейность отвергает фундаментальный принцип суперпозиции, ничего не предлагая взамен. В этом смысле она не обладает конструктивизмом.

Сегодня мы еще очень мало знаем о многих удивительных явлениях нелинейного мира, еще меньше умеем их использовать.

2. В классической науке нелинейность представляла собой особую частную характеристику объектов.

В современной науке нелинейность – универсальное фундаментальное и главное свойство мира.

Представления о нелинейности мира созревали постепенно.

В *античный* и *средневековый* периоды элементы нелинейности появились в математике и отсутствовали в естествознании.

В течение *натурфилософского* периода (XVII – XVIII вв.) естествоиспытатели впервые столкнулись с нелинейностью. Для них это была частная сложность в решении задач.

---

[7] Б. С. Кернер, В. В. Осипов. Автосолитоны. – М.: Наука, 1991, с. 9.

В XIX в. (*классический* период) были осознаны отдельные необычные свойства нелинейных явлений, были проведены первые наблюдения, получены первые точные решения, разработаны приближенные методы анализа некоторых нелинейных задач в физике.

В первой половине XX в. (*новый* период) происходит накопление данных о нелинейных явлениях в различных науках. Разрабатываются приближенные методы их описания. Формируется нелинейный язык.

Нелинейность представляется *частной характеристикой* объектов.

Во второй половине XX – начале XXI вв. (*современный* период) интенсивно исследуются нелинейные явления в различных естественных науках, происходят революционные изменения в представлениях о нелинейности мира. Формируется *нелинейное мышление* и *нелинейное мировоззрение*. Обоснована *нелинейная парадигма*.

Становится понятным, что *нелинейность – универсальное фундаментальное* и *главное свойство мира*. Нелинейность управляет эволюцией мира.

3. Все многообразие причин возникновения нелинейности можно попытаться свести к двум случаям. В первом из них нелинейность является "*врожденной*", т. е. является следствием внутренних причин, которые отображаются нелинейными уравнениями, описывающими состояния системы.

Во втором случае нелинейность является "*привнесенной*". Сюда относятся неравновесные или открытые системы, системы со значительным энергосодержанием или энерговыделением, колебания со значительной амплитудой, сильные волны и т. п.

4. В радиофизике наибольший интерес представляет нелинейность *электродинамического типа*, связанная с распространением сильных электромагнитных волн в средах или же с описанием колебательных процессов с большой амплитудой.

5. *Солитон* – фундаментальное понятие в нелинейной физике, он играет такую же всеобъемлющую роль, как осциллятор в линейной физике.

6. Одним из важнейших достижений нелинейной физики является изучение *возможности возникновения хаоса* в простых нелинейных динамических системах.

Не менее удивительным фактом является *возможность самоорганизации*, возникновения порядка из хаоса.

Хаос и порядок – два предельных состояния нелинейной динамической системы. При изменении ее параметров они могут непрерывно трансформироваться друг в друга. *Не бывает ни абсолютного хаоса, ни абсолютного порядка*. Всякая реальная система пребывает в некотором промежуточном состоянии.

Деградация и самоорганизация – два возможных пути эволюции открытой системы.

7. Ряд нелинейных явлений широко используется на практике. В радиофизике и электронике их применяют для генерации и усиления колебаний и волн, для обработки и хранения информации, а также при разработке новых каналов связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Анищенко В. С.* Сложные колебания в простых системах. – М.: Наука, 1990. – 312 с.

2. *Антипов О. И., Неганов В. А., Потапов А. А.* Детерминированный хаос и фракталы в дискретно-нелинейных системах / Под ред. и с предисловием акад. Ю. В. Гуляева и чл.-корр. РАН С.А. Никитова. – М.: Радиотехника, 2009. – 235 с.

3. *Ахмедиев Н. Н., Анкевич А.* Солитоны. – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2003. – 304 с.

4. *Басс Ф. Г. , Гуревич Ю. Г.* Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда**.** – М.: Наука, 1975. – 400 с.

5. *Борисов Н. Д., Гуревич А. В., Милих Г. М.* Искусственная ионизированная область в атмосфере. – М.: ИЗМИРАН, 1986. – 184 с.

6. *Виноградова М. Б.* , *Руденко О. В.* , *Сухоруков А. П.* Теория волн. **–** М.: Наука, 1979. – 384 с.; 1990. – 432 с.

7. *Гурбатов С. Н., Малахов А. Н., Саичев А. И.* Нелинейные случайные волны в средах без дисперсии. – М.: Наука, 1990. – 216 с.

8. *Гурбатов С. Н., Руденко О. В., Саичев А. И.* Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. Приложения к нелинейной акустике. – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2008. – 496 с.

9. *Дмитриев А. С., Кислов В. Я.* Стохастические колебания в радиофизике и электронике. – М.: Наука, 1989. – 280 с.

10. *Заславский Г. М.*, *Сагдеев Р. З.* Введение в нелинейную физику. – М.: Наука, 1988.–368 с.

11. *Коротеев Н. И., Шумай И. Л.* Физика мощного лазерного излучения. – М.: Наука, 1991. – 312 с.

12. *Кроновер Р. М.* Фракталы и хаос в динамических системах. – М.: Постмаркет. 2000. – 352 с.; М.: Техносфера, 2006. – 488 с.;

13. *Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф.* Нелинейные явления в радиофизике: Сборник задач. – Харьков: ХГУ, 1998. – 101 с.

14. *Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф.* Сверхширокополосные сигналы и процессы: Монография. – Харьков: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2009. – 576 с.

15. *Лоскутов А. Ю., Михайлов А. С.* Введение в синергетику. – М.: Наука, 1990. – 272 с.

16. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эфекториал УРСС, 2000. – 336 с.

17. *Милославский В. К.* Нелинейная оптика: Учебное пособие. – Харьков: ХНУ имени В. Н. Каразина. 2008. – 312 с.

18. *Митяков Н. А., Грач С. М., Митяков С. Н.* Возмущение ионосферы мощными радиоволнами. Итоги науки и техники. Серия «Геомагнетизм и высокие слои атмосферы» // М.: ВИНИТИ, 1989. – Т. 9. – С. 1-140.

19. *Мун Ф.* Хаотические колебания. – М.: Мир, 1990. – 312 с.

20. *Наугольных К. А., Островский Л. А.* Нелинейные волновые процессы в акустике. – М.: Наука, 1990. – 237 с.

21. Нелинейные волны / Под редакцией С. Лейбовича, А. Сибасса; Перевод с англ. – М.: Мир, 1977. – 320 с.

22. *Островский Л. А., Потапов А. И.* Введение в теорию модулированных волн. – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2003. – 400 с.

23. *Полянин А. Д., Зайцев В. Ф.* Справочник по нелинейным уравнениям математической физики. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 432 с.

24. *Полянин А. Д., Зайцев В. Ф., Журов А. И.* Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2005. – 256 с.

25. *Потапов А. А.* О фрактальных радиосистемах, дробных операторах, скейлинге, и не только: Глава в кн.: Фракталы и дробные операторы (Коллективная монография) / С предисловием акад. Ю. В. Гуляева и чл.-корр. РАН С. А. Никитова. – Казань: Изд-во " Фэн " Академии наук РТ, 2010. – С. 417 – 472.

26. *Потапов А. А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. – М.: Логос, 2002. – 664 с.

27. *Потапов А. А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Университетская книга, 2005. – 848 с.

28. *Потапов А. А.* Фракталы и хаос как основа новых прорывных технологий в современных радиосистемах. – Дополнение к кн.: Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах / Пер. с англ.; Под ред. Т.Э. Кренкеля. – М.: Техносфера, 2006. – С. 374 – 479.

29. *Потапов А. А., Гильмутдинов А. Х., Ушаков П. А.* Фрактальные элементы и радиосистемы: Физические аспекты / Под ред. А. А. Потапова (Библиотека журнала "Нелинейный мир": Научная серия "Фракталы. Хаос. Вероятность"). – М.: Радиотехника, 2009. – 200 с.

30. *Потапов А. А., Гуляев Ю. В., Никитов С. А., Пахомов А. А., Герман В. А.* Новейшие методы обработки изображений / Под ред. А. А. Потапова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 496 с. (грант РФФИ № 07 - 07 - 07005).

31. *Рабинович М. И.* , *Трубецков Д. И.* Введение в теорию колебаний и волн. – М.: Наука, 1984. – 432 с.

32. Солитоны / Под редакцией Р. Буллефа, Ф. Кодри; Перевод с англ. – М.: Мир, 1983. – 408 с.

33. *Табор М.* Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике / Пер. с англ. – М.: Эдиториал УРСС. 2001. – 320 с.

34. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны / Перевод с англ. – М.: Мир, 1977. – 622 с.

35. *Хакен Г.* Синергетика. – М.: Мир, 1980. – 404 с.

36. *Черногор Л. Ф.* О нелинейности в природе и науке: Монография. – Харьков: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2008. – 528 с.

37. *Черногор Л. Ф.* Радиофизические и геомагнитные эффекты стартов ракет: Монография. – Харьков: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2009. – 386 с.

38. *Шен И. Р.* Принципы нелинейной оптики. – М.: Наука, 1989.– 560 с.

39. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. – М.: Мир, 1988. – 240 с.

40. *Яновский В. В.* Лекции о нелинейных явлениях. – Харьков: Институт монокристаллов. 2006. Т. 1. – 456 с.; 2007. Т. 2. – 448 с.

41. *Baker G. L., Gollub J. P.* Chaotic Dynamics. – Cambridge: University Press, 1996.– 258 p.

42. Enciclopedia of Nonlinear Sciences. – N.Y. – London, 2005. – 1125 p.

43. *Gurevich A. V.* Nonlinear Phenomena in the Ionosphere. – N.Y.: Springer-Verlag, 1978. – 372 p.

44. Visions of nonlinear science in the 21st century. I Ed. by *J. X. Huettas, W.-K. Chen, R. N. Madan.* – Singapore: Word Scientific, 1999. – 872 p.