Министерство науки и образования Украины

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина

Е.Ю. Банникова, В.М.Конторович

Теоретическая астрофизика

(дополнительные главы для астрономов и радиоастрономов)

Харьков

2009

Содержание (план лекций)

.

Лекция 1. **Гидродинамика. Звуковые волны.**

Во многих астрономических объектах основные физические процессы связаны с течениями газа, плазмы (напр., джеты, аккреционные диски, выбросы солнечной плазмы). Здесь необходимо использовать гидродинамический подход.

Основные уравнения гидродинамики идеальной жидкости

Уравнение Эйлера движения жидкости в поле внешних сил

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v},\nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \mathbf{F}, \qquad (1.1)$$

где $\mathbf{v}$ – скорость жидкости, P – давление, ρ – плотность массы, $\mathbf{F}$ – объемная плотность внешних сил. Все величины являются функциями точки $\mathbf{r}$ и времени t, т.е. описывают поля. Левая часть представляет собой субстанциональную ньютонову производную, записанную для поля скоростей.

Уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{div}(\rho\mathbf{v}) = 0\,. \qquad (1.2)$$

Система 4-х уравнений (1.1) и (1.2) для пяти величин $\mathbf{v}$, P и ρ должна быть дополнена еще одним уравнением. В данном разделе мы ограничимся изэнтропическими движениями $\mathrm{s} = \mathrm{const}$ и в качестве замыкающего уравнения выберем *уравнение состояния*

$$P = P(\rho)\,. \qquad (1.3)$$

Линеаризация уравнений. Звуковые волны.

Состояние покоя $\mathbf{v}$=0, P=P_0 и ρ=ρ_0 является одним из решений уравнений гидродинамики. Линеаризованные уравнения по малым отклонениям от состояния покоя при $\mathbf{F}$=0: $\mathbf{v} \neq 0,\, P = P_0 + \delta P,\, \rho = \rho_0 + \delta\rho$, где $\delta P << P_0,\, \delta\rho << \rho_0$ с учетом $\delta P = c_s^2\ \delta\rho$, где $c_s^2 = \left.\dfrac{\partial P}{\partial \rho}\right|_s$, имеют вид:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{c_s^2}{\rho_0}\nabla\delta\rho, \qquad \frac{\partial \delta\rho}{\partial t} = -\rho_0\,\mathrm{div}\,\mathbf{v}\,. \qquad (1.4)$$

Отсюда следует волновое уравнение для возмущения плотности:

$$\left(\Delta-\frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\delta\rho=0, \qquad \Delta\equiv\frac{\partial^2}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2}{\partial \mathrm{y}^2}+\frac{\partial^2}{\partial \mathrm{z}^2}. \tag{1.5}$$

Видно, что c_{s} – скорость распространения волн плотности – *скорость звука*.

Вопросы и задачи:

1.1. Убедиться, что звук – продольная волна, в которой $\mathrm{v} \ll \mathrm{c}_{\mathrm{s}}$.

1.2. Перейти к плоским монохроматическим волнам $\delta \mathrm{A} \propto \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\mathbf{kr}-\omega \mathrm{t})}$ и найти закон дисперсии – связь частоты ω и волнового вектора $\mathbf{k}$ волны: $\omega^2=c_s^2 k^2$.

1.3. Убедится, что в среде, движущейся со скоростью $\mathbf{U}$, частота волны меняется согласно закону $\omega \to \omega-\mathbf{kU}$ (эффект Допплера).

1.4. Ввести потенциал скорости $\mathbf{v}=\nabla\varphi$ и показать, что $\left(\Delta-\frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varphi=0$.

1.5. Показать, что при сохранении энтропии $\frac{1}{\rho}\nabla P=\nabla w$, где $w=\varepsilon+\frac{P}{\rho}$.

1.6. Показать, что в последнем случае $\frac{d}{dt}\oint \mathbf{v}d\mathbf{r}=0$ (сохранение циркуляции скорости, *теорема Томсона*). В двумерном случае из неё следует $\frac{d}{dt}\operatorname{rot}\mathbf{V}=0$

1.7. В несжимаемой жидкости (1.2) переходит в $\operatorname{div}\mathbf{v}=0$ и для 1.4 в $\Delta\varphi=0$.

1.8. В двумерном случае 1.7 тождественно для функции тока $\mathrm{v_x}=-\frac{\partial\phi}{\partial \mathrm{y}};\mathrm{v_y}=\frac{\partial\phi}{\partial \mathrm{x}}$.

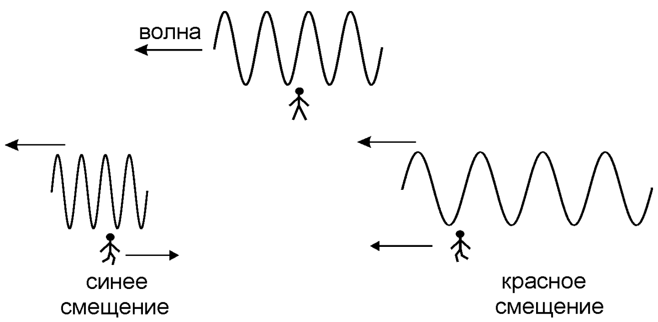


Рис.1.1. Эффект Допплера: для U<<c длина волны в момент наблюдения $\lambda_{obs}=\lambda_{em}\left(1-U_r/c\right)$. При $\theta<\pi/2$ (движение на наблюдателя) $\lambda_{obs}<\lambda_{em}$ – синее смещение, $\theta>\pi/2$ (движение от наблюдателя) $\lambda_{obs}>\lambda_{em}$ – красное смещение. U_{r} – проекция скорости на направление волнового вектора.

Литература: [1] т.6

Лекция 2. **Гравитационная неустойчивость**

Гравитационная неустойчивость (Джинса) является источником формирования структур во Вселенной. Она возникает в возмущенной самогравитирующей среде. В уравнении Эйлера (1.1) внешней силой **F** при этом является $\mathbf{F}_G = -\nabla\Phi$, где гравитационный потенциал Φ удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Delta\Phi = 4\pi G\delta\rho . \qquad (2.1)$$

Подставляя решение уравнения (2.1) для плоских волн $\Phi = -4\pi G\delta\rho / k^2$ в линеаризованное уравнение Эйлера (1.5) с силой $\mathbf{F}_G$ получим

$$\omega\rho\mathbf{v} = \mathbf{k}(c_s^2 - 4\pi G\rho / k^2)\delta\rho . \qquad (2.2)$$

Учет самогравитации сводится к замене $c_s^2 \to c_s^2 - 4\pi G\rho / k^2$. Дисперсионное уравнение (1.2) для решений типа $\delta A \propto e^{i(\mathbf{kr}-\omega t)}$ приобретает вид:

$$\omega = \pm\sqrt{k^2 \cdot c_s^2 - \omega_J^2} . \qquad (2.3)$$

При $k < k_J = \omega_J / c_s$, где *частота Джинса* $\omega_J = \sqrt{4\pi G\rho}$, возникает неустойчивость: мнимым значениям частоты ω в (2.3) соответствует экспоненциальный рост плотности $\delta A \propto e^{\pm \mathrm{Im}\,\omega\cdot t}$. Условие $\omega = 0$ определяет *длину волны Джинса* $\lambda_J = 2\pi/k_J = c_s\sqrt{\pi/(G\rho)}$ и *массу Джинса* $M_J = 4\pi\rho\lambda_J^3/3$.

Для идеального газа с уравнением состояния $P \propto \rho T$ $\lambda_J \propto \sqrt{T/\rho}$, а $M_J \propto T^{3/2}\rho^{-1/2}$. При адиабатическом процессе $P \propto \rho^\gamma$ джинсовская масса $M_J \propto \rho^{(3\gamma-4)/2}$. Для фиксированной массы $M > M_J$ происходит сжатие вследствие гравитационной неустойчивости, сопровождающееся ростом плотности. Если $\gamma < 4/3$, то M_J убывает с ростом плотности, условие $M > M_J$ сохраняется и сжатие данной массы M продолжается неограниченно (*коллапс*). При $\gamma > 4/3$ M_J растёт с ростом плотности и сжатие облака останавливается по достижению равенства $M_J(\bar\rho) = M$, где $\bar\rho$ значение плотности, достигаемое при механическом равновесии. Следует отметить, что на этот процесс влияют вращение, наличие магнитного поля, начальные неоднородности облака. Возможна фрагментация среды на образования порядка джинсовской массы и масштаба, существенно меньших исходного. С подобными процессами связано преимущественное рождение звёзд группами и образование шаровых скоплений.

Вопросы и задачи:

2.1. Показать, используя аналогию между законами Ньютона и Кулона, что уравнение Пуассона (2.1) является аналогом уравнения для электрического потенциала $\Delta\Phi_e = -4\pi\rho_e$, где ρ_e – плотность заряда.

2.2. Показать, что частота Джинса может быть получена из электронной плазменной частоты $\omega_p = \sqrt{4\pi N e^2 / m}$, где N – концентрация, e и m – заряд и масса электрона, заменой $e^2 \to Gm^2$.

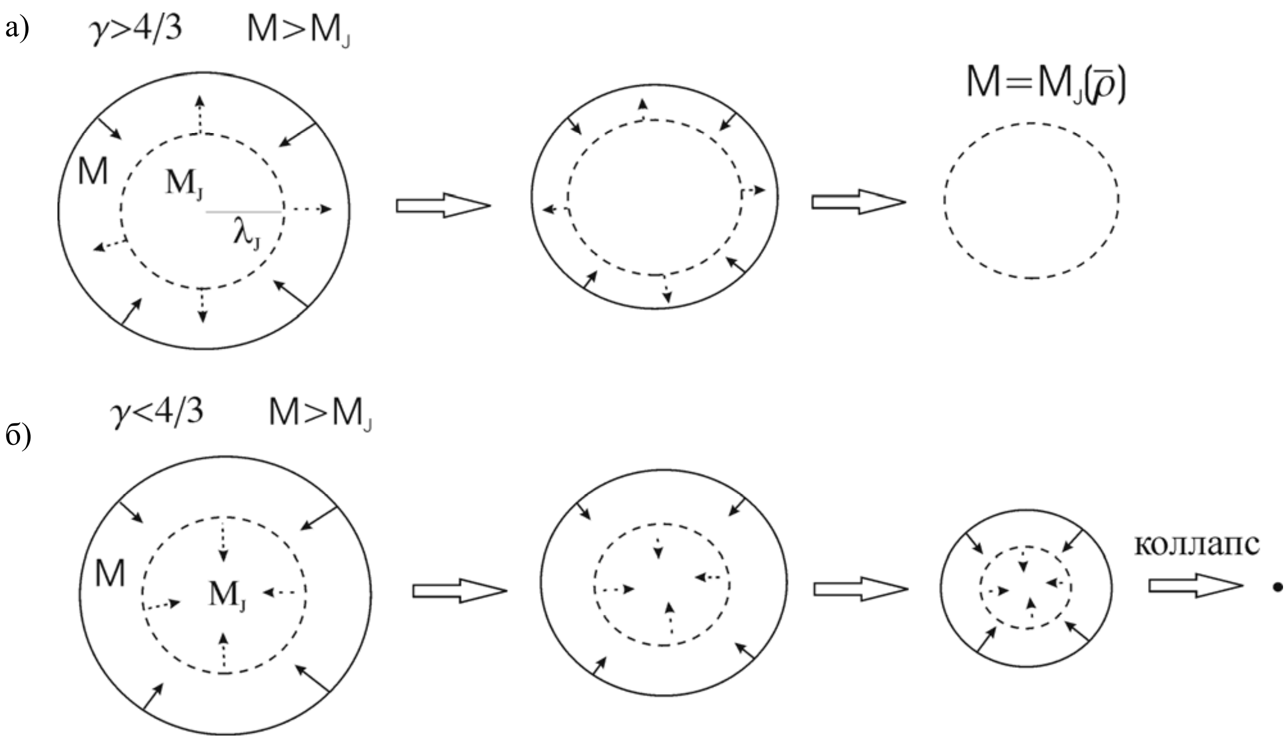


Рис.2. Гравитационная неустойчивость. За счёт сжатия плотность облака увеличивается: а) при γ>4/3 это приводит к росту M_J, в результате чего устанавливается равновесие $M_J(\overline{\rho}) = M$, где $\overline{\rho}$ - установившаяся плотность;

б) при γ<4/3 масса Джинса M_J при сжатии уменьшается, что приводит к коллапсу об-

Литература: [2]

Лекция 3. **Законы сохранения. Ударные волны**

Уравнениям гидродинамики можно придать форму законов сохранения. Уравнение непрерывности (1.2) описывает закон сохранения массы. Интегрируя его по фиксированному объему V и применяя теорему Остроградского-Гаусса по правилу $\int\limits_V dV\nabla... \to \oint\limits_\Sigma d\mathbf{f}...$, получаем закон сохранения в виде: $\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V dV\rho = -\oint\limits_\Sigma d\mathbf{f}\rho\mathbf{v}$. Изменение массы, заключенной в объеме V, определяется потоком массы через поверхность Σ, ограничивающей данный объем. Плотность потока массы $\mathbf{j} = \rho\mathbf{v}$ является плотностью импульса жидкости. Закон сохранения импульса, который следует из уравнения Эйлера (1.1) и уравнения непрерывности (1.2) в отсутствие внешних сил, удобнее записать в тензорных обозначениях:

$$\frac{\partial\rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial\Pi_{ik}}{\partial x_k} = 0, \qquad \Pi_{ik} = \rho v_i v_k + P\delta_{ik} \quad . \tag{3.1}$$

Индексы пробегают значения 1,2,3, соответствующие координатам x, y и z, по повторяющимся индексам суммирование, δ_{ik} – символ Кронекера, равный 1 при совпадающих индексах и 0 при несовпадающих. Тензор Π_{ik} представляет собой *тензор плотности потока импульса*. Его физический смысл проясняется после интегрирования (3.1) по объему $\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V dV\rho v_i = -\oint\limits_\Sigma df_k\Pi_{ik}$. Изменение импульса в объеме определяется его потоком через поверхность, Π_{ik} описывает плотность потока *i*-ой компоненты импульса через площадку, ориентированную вдоль x_k. Закон сохранения энергии также имеет вид, близкий к уравнению непрерывности:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{v^2}{2} + \rho\varepsilon\right) + \operatorname{div}\mathbf{q} = 0, \qquad \mathbf{q} = \rho\mathbf{v}\left(\frac{v^2}{2} + w\right). \tag{3.2}$$

Появление под знаком дивергенции в плотности потока энергии $\mathbf{q}$ тепловой функции $w = \varepsilon + P/\rho$ обусловлено работой сил давления при смещении жидкости. Соответствующая мощность есть $\mathbf{v}\nabla P$. Она должна учитываться при записи первого начала термодинамики. Существенно, таким образом, что в законе сохранения энергии учитывается совершаемая работа.

В идеальной жидкости возможны разрывы. При пересечении разрывов непрерывны потоки сохраняющих величин (n – нормаль, τ –касательная):

$$[\rho \mathrm{v_n}] = 0,\ [\Pi_{\mathrm{in}}] = 0, [\mathrm{q_n}] = 0;\ \mathrm{i} = \mathrm{n}, \tau;$$

где скобка $[\mathrm{A}] \equiv \mathrm{A}_2 - \mathrm{A}_1$ означает разность величин по обе стороны от разрыва, индекс *n* означает проекцию на нормаль к разрыву, τ – на касательную к нему. Разрывы делятся на два класса в зависимости от того $\mathrm{j} \equiv \rho \mathrm{v_n} \neq 0$ или j=0. Разрывы с отличным от нуля потоком массы $\mathrm{j} \equiv \rho \mathrm{v_n}$ через его поверхность являются *ударными волнами* (УВ). В области УВ велики (бесконечны) производные, поэтому энтропия не сохраняется и ее поток претерпевает скачок при пересечении фронта. Условия *j=0* и $[\mathrm{v}_\tau] \neq 0$ соответствуют неустойчивому *тангенциальному* разрыву, а *j=0* и $[\mathrm{v}_\tau] = 0$ - *контактному разрыву*.

Вопросы и задачи:

3.1. Показать, что для системы, совершающей финитные движения выполняется *теорема вириала*: $2\overline{T} = k\overline{U}$, где $\overline{T}$ и $\overline{U}$ - средние значения кинетической и потенциальной энергии, *k* – показатель однородности потенциальной энергии (при ньютоновском взаимодействии *k*=-1, что соответствует отрицательной эффективной теплоёмкости $d\overline{E}/dT < 0$).

3.2. Показать, что при $\mathrm{j} \neq 0$ давление претерпевает скачок $[\mathrm{P}] = -\mathrm{j}^2 \times [1/\rho]$.

3.3. Показать, что на УВ $[\mathrm{v}_\tau] = 0$ и можно выбрать систему, где $\mathrm{v}_\tau = 0$.

3.4. Проверить, что УВ движется по среде 1 со сверхзвуковой скоростью, а относительно среды 2 за ее фронтом – с дозвуковой скоростью.

3.5. Исключив скорости, получить соотношение между термодинамическими величинами по обе стороны фронта УВ (*адиабата Гюгонио*).

3.6. Проверить, что для *сильной УВ* в идеальном газе отношение плотностей стремится к конечному пределу $\rho_2/\rho_1 \to (\gamma+1)/(\gamma-1)$, где $\gamma = \mathrm{c_p}/\mathrm{c_v}$.

Литература: [1] т.6

Лекция 4. **Теория сильного взрыва. Сверхновые и их остатки.**

Теория была построена в связи с ядерными взрывами в атмосфере независимо Л.Седовым в СССР, Дж. Тэйлором в Англии, Дж. фон-Нейманом в США. В астрофизике нашла многочисленные применения, прежде всего к взрывам сверхновых (СН) и их остаткам (ОСН). Энергия E_0, мгновенно выделяемая при точечном взрыве, настолько велика, что плотность энергии E_0/R^3 за фронтом возникающей сферической ударной волны радиуса R значительно превышает давление окружающей среды $E_0/R^3 >> p_1$. Плотность вещества ρ_2 за ударным фронтом (УФ) определяется соотношением 3.6 через плотность среды. Число параметров уменьшается настолько, что зависимость $R(t)$, где t – время, прошедшее с момента взрыва, может быть построена только из соображений размерности. Размерность массы выпадает из отношения E_0/ρ_0, из которого после умножения на t^2 выпадает и время (ρ_0 - плотность в точке взрыва). Извлечение корня 5-й степени дает нам требуемую размерность длины:

$$R(t) \approx \left(\frac{E_0 \cdot t^2}{\rho_0}\right)^{1/5}, \qquad (4.1)$$

где опущен безразмерный коэффициент порядка единицы. Дифференцируя эту формулу Седова-Тэйлора, находим скорость УФ:

$$\frac{dR(t)}{dt} \approx \frac{2}{5}\left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/5} t^{-\frac{3}{5}}. \qquad (4.2)$$

Используя (4.1) как новую автомодельную переменную, можно свести систему гидродинамических уравнений к обыкновенным дифференциальным уравнениям, решение которых дает распределение величин по радиусу внутри УФ. Плотность возрастает к границе сферы, что связано с необходимостью удовлетворить соотношению 3.6. Поэтому большинство ОСН на рассматриваемой *адиабатической* стадии расширения являются *оболочечными*. ОСН расширяется с замедлением, согласно (4.2). В то же время существуют ОСН, в которых действует непрерывный источник энергии – пульсар (л12). Эти ОСН не имеют оболочечного вида. Примером может служить Крабовидная туманность. Такие остатки называют *плерионами*. Их число невелико по причинам, упоминаемым ниже.

Вопросы и задачи:

4.1. Перечислить типы сверхновых и причины, приводящие к взрыву звезды.

4.2. Привести примеры световых кривых для СН разных типов.

4.3. СН типа Ia и их роль, как стандартной свечи, при определении расстояний.

4.4. Исторические СН и их остатки.

4.5. Радиоизлучение ОСН. Электронная компонента космических лучей.

4.6. Взаимодействие ОСН и молекулярных облаков. Мазерные ОСН.

4.7. Гамма излучение ОСН. Протонная компонента космических лучей.

4.8. Сильный взрыв в неоднородной среде. Уравнение Компанейца для УФ

$$\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 - \frac{1}{\varphi(z)}\left[\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2 + 1\right] = 0,$$

где $r = r(z, y)$ – описывает УФ в цилиндрических координатах при $\rho = \rho(z)$, нормированное время $y = \int_0^t dt \sqrt{E_0 \lambda(\gamma^2 - 1)/(2\rho_0 V(t))}$, $V(t)$ – объём, ограниченный УФ, $\lambda \approx 3$ - безразмерный параметр.

4.9. Прорыв УФ в сторону менее плотной среды с законом $\rho(z) = \rho_0 e^{-z/z_0}$.

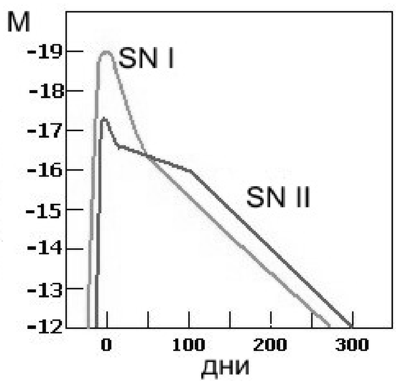


Рис.4.1 Кривая блеска для двух типов сверхновых (М – абсолютная звёздная величина).

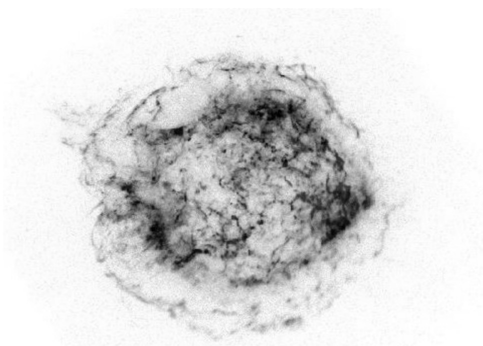


Рис.4.2. Изображение остатка сверхновой *Кассиопея А* в рентгеновском диапазоне, где обнаруживается биполярная структура, что говорит о возможной ассиметрии взрыва (из работы Хванг и др. astro-ph/0409760).

Литература: [1] т.6, стр.558, [3]

Лекция 5. **Магнитная гидродинамика**

Магнитная гидродинамика (МГД) описывает движения проводящей жидкости или газа в магнитном поле. Она была разработана Х. Альфвеном для описания атмосферы Солнца и солнечной короны и приобрела первостепенное значение при исследованиях физики плазмы. В уравнении Эйлера учитывается сила Лоренца в электрически нейтральной среде: $\mathbf{F} = \frac{1}{\rho \cdot c}[\mathbf{j}, \mathbf{H}]$, где плотность тока ***j*** согласно уравнениям Максвелла $\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \frac{4\pi}{\mathrm{c}}\mathbf{j}$ выражается через магнитное поле $\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\rho}[\mathrm{rot}\,\mathbf{H}, \mathbf{H}]$. Ток смещения опущен, так как в МГД рассматриваются низкочастотные движения. В уравнении для магнитного поля $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -c \cdot \mathrm{rot}\,\mathbf{E}$ электрическое поле $\mathbf{E}$ исключается с использованием закона Ома в движущейся среде $\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \frac{1}{\mathrm{c}}[\mathbf{v}, \mathbf{H}])$, что дает после преобразований

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathrm{t}} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{H} = (\mathbf{H}\nabla)\mathbf{v} + \nu_{\mathrm{m}}\Delta\mathbf{H}. \qquad (5.1)$$

Здесь $\nu_m = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$ – магнитная вязкость, определяющая диссипацию за счет проводимости среды σ. При «бесконечной» проводимости она исчезает. Для величины $\frac{\mathbf{H}}{\rho}$ при этом получается *уравнение вмороженности*

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\frac{\mathbf{H}}{\rho} = \left(\frac{\mathbf{H}}{\rho}\nabla\right)\mathbf{v}. \qquad (5.2)$$

Его физический смысл в том, что величины, ему удовлетворяющие, переносятся как «вмороженные» или «приклеенные» вместе с жидкостью. Впервые уравнения такого вида были получены Гельмгольцем для вихрей в жидкости.

Вопросы и задачи.

5.1. Диссипативный член вида $\nu\Delta\mathbf{v}$ возникает в обычной гидродинамике в правой части (1.1) –уравнение Навье-Стокса. Для сжимаемой жидкости в нем появляются два диссипативных слагаемых. Найти их.

5.2. Рассмотреть волны малой амплитуды в МГД. Найти законы дисперсии и поляризации волн. Показать, что имеются две ветви звуковых волн: быстрый и медленный звук, скорости которых находятся из выражения $2V_{\pm}^2 = V_a^2 + c_s^2 \pm \sqrt{\left(V_a^2 + c_s^2\right)^2 - 4V_a^2 c_s^2 \cos^2\vartheta}$.

Величина $V_a = \frac{H}{\sqrt{4\pi\rho}}$ - альфвеновская скорость, ϑ – угол между $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{H}$.

5.3. Показать, что имеется чисто поперечная волна (волна Альфвена), в которой плотность не изменяется, а скорости частиц и магнитное поле волны колеблются в плоскости, ортогональной как внешнему магнитному полю, так и волновому вектору. Закон дисперсии волны $\omega^2 = \frac{(\mathbf{kH})^2}{4\pi\rho}$.

5.4. Найти фазовую и групповую скорости волны Альфвена.

5.5. Рассмотреть ударные волны в МГД. Показать, что существует вращательный разрыв, быстрые и медленные УВ.

5.6. В 3-мерной МГД существует механизм усиления магнитного поля движениями среды (МГД динамо). Показать это, опираясь на условие вмороженности.

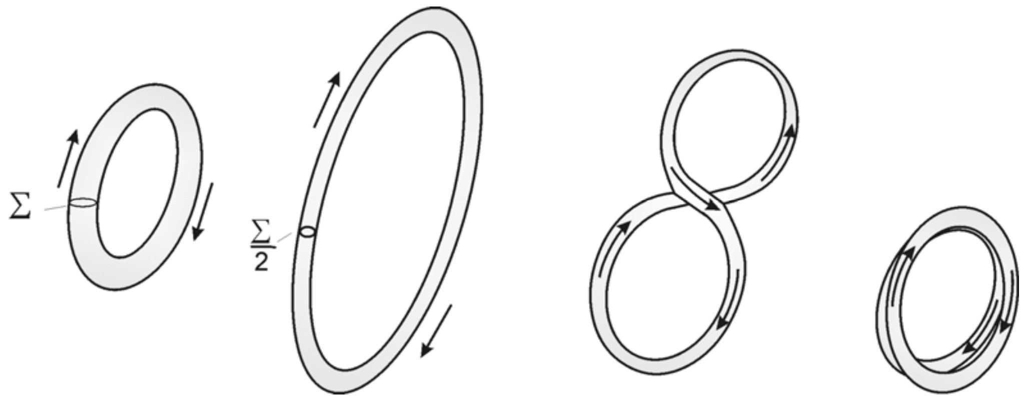


Рис.5.1 Схема МГД динамо. Течение растягивает тороидальный жидкий контур с вмороженным магнитным полем, складывает его в "восьмерку" и совмещает ее петли, что приводит к удвоению магнитного потока и, соответственно, в процессе многих повторений, к экспоненциальному росту поля. Слияние петель предполагает отклонение от идеальной вмороженности.

Литература: [1] т.8, [4].

Лекция 6. **Синхротронное излучение**

Один из главнейших механизмов космического излучения, который был открыт как механизм потерь энергии релятивистских электронов на кольцевых ускорителях (синхротронах), использующих магнитное поле для поворота частиц. В астрофизику введено Н.Герлофсоном и К.Кипенхойером. Теория развивалась В.Л.Гинзбургом и С.И.Сыроватским, применения – И.С.Шкловским и др.

Рассмотрим вначале электрон в однородном магнитном поле. Уравнение движения $\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\frac{e}{c}[\mathbf{V},\mathbf{H}]$ в отсутствие электрического поля допускает два интеграла движения: $\frac{dp_H}{dt}=0$ и $\frac{dE}{dt}=0$, где p_H – проекция импульса на направление магнитного поля, а E – энергия электрона. Первое условие получаем умножением уравнения движения скалярно на ***H*,** а второе **–** на ***V***. При этом использовано $\mathbf{V}\frac{d\mathbf{p}}{dt}\equiv\frac{dE}{d\mathbf{p}}\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\frac{dE}{dt}=0$. В плоскости (x, y), ортогональной магнитному полю, удобно ввести комплексные координаты $\xi=x+iy$ и скорости $w=\frac{d\xi}{dt}=V_x+iV_y$. Перейдем от импульса к скорости с помощью соотношения $\mathbf{p}=\frac{E}{c^2}\mathbf{V}$. Уравнение движения перепишется в виде $\frac{dw}{dt}-i\omega_c^{rel}w=0$, где $\omega_c^{rel}=\frac{eHc}{E}$. При V/c << 1 величина ω_c^{rel} переходит в циклотронную частоту $\omega_c=eH/mc$. Электрон движется по спирали, причем его движение в плоскости (x, y) происходит по окружности радиуса $r_H=V_\perp/\omega_c^{rel}$ с частотой $\omega_c^{rel}=\omega_c/\Gamma$, где $\Gamma=E/mc^2$ – Лоренц-фактор электрона. Потери энергии электрона на излучение описываются формулой

$$\left(-\frac{dE}{dt}\right)=\frac{4}{3}c\,\sigma_T\,W\,\Gamma^2, \qquad (6.1)$$

где $W=H^2/8\pi$ – плотность энергии магнитн.ого поля, $\sigma_T=\frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2$ – томсоновское сечение. В (6.1) поле считается хаотизированным и по его направлениям проведено усреднение. Излучаемая системой электронов мощность равна $I=\int dE\left(-\frac{dE}{dt}\right)\cdot N(E)$, где $N(E)$ – функция распределения электронов по энергиям. В астрофизических приложениях она часто сильно неравновесна и носит степенной характер $N(E)\propto E^{-\gamma}$. Электрон с заданной энергией за счёт синхротронного механизма излучает практически непрерывный спектр частот, кратных ω_c^{rel} с максим.умом на частоте (рис.6.1)

$$\omega_{\max} \approx \omega_c \cdot \Gamma^2 . \tag{6.2}$$

На больших частотах излучаемая энергия падает экспоненциально, на меньших – как частота в степени 1/3. Поэтому, если спектр электронов $N(E)$ достаточно широк, можно с хорошей точностью считать, что каждый электрон излучает только на частоте максимума и между излучаемой частотой и энергией электрона имеется однозначная связь $\omega \propto E^2$. Это приводит к степенной зависимости излучаемой энергии от частоты $I(\omega) \propto \omega^{-\alpha}$,

$$\alpha = (\gamma - 1)/2 . \tag{6.3}$$

Вопросы и задачи.

6.1. Для космических лучей, где $\gamma_{cr} = 2.6$ получаем из (6.3) спектральный индекс $\alpha = 0.8$, типичный для большинства протяженных внегалактических источников радиоизлучения – радиооблаков квазаров и радиогалактик.

6.2. Для индекса $\gamma = 2$, соответствующего ускорению частиц на сильной ударной волне, получаем из (6.3) спектральный индекс $\alpha = 0.5$, типичный для горячих пятен, центральных частей узлов джетов, являющихся непосредственным местом ускорения электронов.

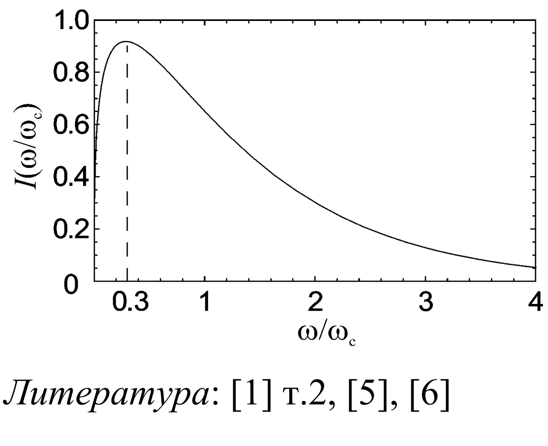


Рис.6.1. Частотная зависимость синхротронного излучения электрона с энергией *E*.

Литература: [1] т.2, [5], [6]

Лекция 7. **Синхротронное излучение. Релятивистская аберрация.**

Синхротронное излучение столь важно, что мы посвятим ему еще одну лекцию, в которой получим основные соотношения. Предварительно рассмотрим важнейший эффект *релятивистской аберрации*, при которой все излучение релятивистской частицы концентрируется в узком конусе раствором $\vartheta \approx \Gamma^{-1}$ в направлении ее движения. Исходим из потенциала в собственной системе отсчета, который носит кулоновский характер $\varphi = e/R$. При этом в силу симметрии вектор-потенциал $\boldsymbol{A}$=0. Мы должны учесть запаздывание поля, поэтому расстояние R от точки нахождения заряда до точки наблюдения должно браться в момент времени $t' = t - R(t')/c$. Введя 4-вектор $R^i = [c(t-t'), \mathbf{r} - \mathbf{r}']$ и используя выражение для 4-скорости $u^i = \Gamma[1, \mathbf{V}/c]$, 4-потенциал, равный $A^i = [\dfrac{e}{c(t-t')}, 0]$ в собственной системе, можно переписать в релятивистски-инвариантной форме: $A^i = \dfrac{eu^i}{R_k u^k}$. В лабораторной системе, где заряд движется с релятивистской скоростью, это дает потенциалы Лиенара-Вихерта: $\varphi = \left.\dfrac{e}{R - \mathbf{R}\cdot\mathbf{V}/c}\right|_{t-\frac{R}{c}}$; $\mathbf{A} = \varphi\dfrac{\mathbf{V}}{c}$. При $V \to c$ и $\vartheta = 0$, где ϑ – угол между $\boldsymbol{R}$ и $\boldsymbol{V}$, знаменатель в выражении для потенциала обращается в нуль. Раскладывая по ϑ и по $1 - V/c$, получаем $\varphi = \dfrac{e}{R}\cdot\dfrac{2\Gamma^2}{1+\Gamma^2\vartheta^2}$. Отсюда видно, что все излучение собрано в узкий конус, раствора $\vartheta \le 1/\Gamma$ (*релятивистская аберрация*). При движении релятивистского электрона в магнитном поле он движется по окружности, излучая в угол $\vartheta \le 1/\Gamma$ в направлении движения. Поэтому наблюдатель «видит» импульсы длительностью $\Delta t' = 1/\omega_c^{rel} \cdot 1/\Gamma = 1/\omega_c$. За это время электрон проходит путь $V \cdot \Delta t'$, а свет – путь $c \cdot \Delta t'$ в направлении наблюдателя. Поэтому импульс дополнительно сжимается по длине до величины $(c - V)\cdot\Delta t'$ и, соответственно, во времени д.о $\Delta t = (1 - V/c)\Delta t' \approx 1/\omega_c\Gamma^2$, что, по-существу, является проявлением эффекта Доплера. Найденной длительности импульсов соответствует максимум в излучаемом спектре на частоте $\omega_{\max} \approx \omega_c\Gamma^2 = \omega_c\left(E/mc^2\right)^2$. Учитывая только излучение на частотах вблизи максимальной, получаем связь частоты излучения и энергии частицы $\omega = \omega_c \left(E / mc^2\right)^2$. С учетом (6.1) получаем остальные соотношения предыдущей лекции.

Вопросы и задачи.

7.1. Из выражения для интенсивности дипольного излучения частицы в собственной системе отсчета электрона $\frac{dE}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3}a^2$, где a – ускорение частицы, получить выражение для потерь энергии (6.1), предварительно доказав, что a^2 является релятивистским инвариантом.

7.2. Показать, что при движении электрона вдоль плавно-неоднородного магнитного поля с радиусом кривизны R, максимум энергии излучения приходится на частоту $\omega \approx \frac{V}{R}\Gamma^3$ (*излучение кривизны*). Это излучение играет важнейшую роль при ускорении частиц в пульсарах.

7.3. Показать, что при синхротронном излучении возникает линейная поляризация с электрическим вектором, направленным ортогонально проекции магнитного поля на картинную плоскость. Степень поляризации для ансамбля электронов со степенным спектром равна $\frac{\gamma+1}{\gamma+7/3}$. Поляризация синхротронного излучения сыграла большую роль в отождествлении механизма космического излучения.

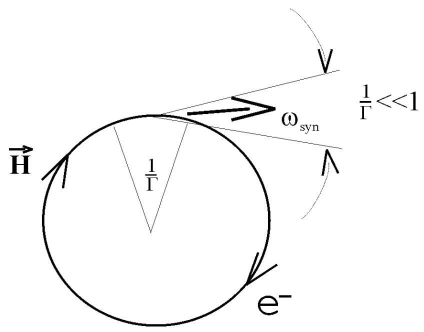


Рис.7.1. Схема синхротронного излучения и эффекта релятивистской аберрации.

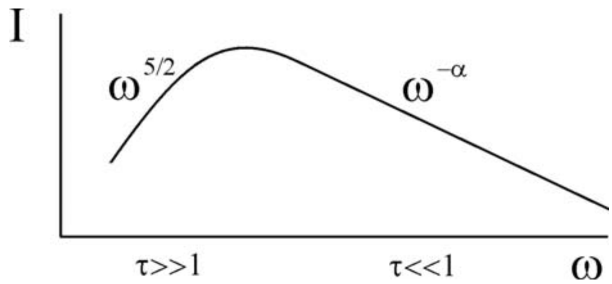


Рис.7.2. Спектр синхротронного излучения однородного радиоисточника. Растущий спектр (“завал”) на низких частотах связан с самопоглощением.

Литература: [1] т.2, [7]

Лекция 8. **Обратный комптон-эффект.**

Эффект Комптона, как известно, состоит в передаче от фотона к электрону энергии и импульса при рассеянии энергичных фотонов на электронах. В многочисленных астрофизических приложениях чрезвычайно важен процесс т.н. “обратного” комптоновского рассеяния, когда источником энергии являются энергичные релятивистские электроны. Рассеяние происходит на низкочастотных квантах теплового или синхротронного излучения космических источников, на квантах реликтового излучения и т.п. Для потерь энергии справедлива формула (6.1), где теперь W – плотность энергии низкочастотного излучения. В компактных источниках излучения этот процесс «*комптонизации*» приводит к характерному изменению спектра излучения: получая энергию от электронов, спектр излучения становится более жестким. При рассеянии на релятивистских электронах может возникать рентгеновское или гамма излучение на тех же электронах, которые синхротронным механизмом излучают в радио- или оптическом диапазонах. Жесткое комптоновское излучение, принимаемое на спутниках ренгеновскими и гамма телескопами, такими как «Чандра», «Ньютон», «Ферми-ЛАТ» и др., дает дополнительный важный канал исследования космических источников излучения. Совместные исследования распределения интенсивности излучения джетов радиогалактик и квазаров в радиодиапазоне (за счёт синхротронного механизма) и рентгеновском диапазоне (за счёт обратного Комптон-эффекта) позволяют получить дополнительную информацию о релятивистских электронах и магнитных полях, скоростях движения и структуре областей ускорения.

Комптоновские потери могут быть существенны, наряду с излучением кривизны, в недрах пульсаров и быть ответственны за возникновение жесткого гамма излучения, рождающего электрон-позитронную плазму магнитосферы пульсара.

Для мощных синхротронных источников возникает т.н. «комптоновский предел», за счет быстрого роста комптоновских потерь при росте мощности излучения. В среднем этот предел составляет по яркостной температуре $T_b=10^{12}$ K для таких компактных источников как, например, квазары. Однако точная оценка комптоновского предела требует учета детального распределения интенсивности излучения и концентрации электронов по источнику, что представляет значительные трудности и не может быть проделано в достаточно общем виде.

Вопросы и задачи.

8.1. Рассмотреть обратный эффект Комптона, опираясь на законы сохранения энергии и импульса электронов и фотонов (рис.7.1).

8.2. Получить уравнение, описывающее рассеяние ансамбля фотонов на тепловых электронах при малой передаче энергии и импульса (*кинетическое уравнение Компанейца*): $\frac{\partial n}{\partial \tau} = \frac{1}{\nu^2}\frac{\partial q}{\partial \nu}$, где $q = \frac{h\nu^4}{mc^2}\left(\frac{k_B T}{h}\frac{\partial n}{\partial \nu} + n + n^2\right)$ - поток фотонов, n – их функция распределения, оптическая толщина $\tau = \rho\sigma_T c \cdot t$, где ρ и T – плотность и температура электронов, σ_T – томсоновское сечение, t – время. Первый член в скобках описывает диффузию по частотам (л15), второй и третий – спонтанное и индуцированное рассеяние (л10).

8.3. Получить решение кинетического уравнения Компанейца, описывающее распределение излучения за счет комптонизации при наличии потока фотонов по спектру излучения.

8.4. Записать кинетическое уравнение, описывающее комптоновское рассеяние при произвольном распределении электронов по энергии и импульсу.

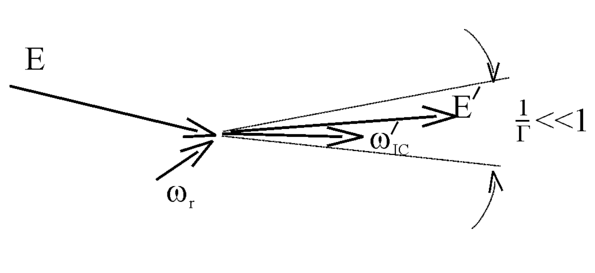


Рис.8.1. Схема обратного Комптон-эффекта. E – энергия релятивистского электрона, $\Gamma = E/mc^2$, $\hbar\omega_r$ - энергия рассеиваемого фотона, $\hbar\omega'_{IC}$ - энергия рассеянного кванта.

Литература: [8]

Лекция 9. **Элементы физической кинетики. Уравнение Больцмана.**

В отличие от классической астрофизики, где исследователи сталкивались в основном с равновесными или слабо неравновесными процессами, в современной астрофизике и, тем более, в радиоастрономии, приходится сталкиваться с сильно неравновесными процессами, со степенными распределениями и т.п. Поэтому совершенно необходимым является знакомство с методами описания таких процессов – методами физической кинетики, восходящими к исследованиям Людвига Больцмана. Рассмотрим функцию распределения (ФР) слабо взаимодействующих частиц газа $f(\mathbf{r},\mathbf{p},t)$, описывающую вероятность нахождения частицы с импульсом **p** в точке **r** в единице объема фазового пространства (**r**, **p**). Эту «плотность вероятности» ниже называем для краткости просто вероятностью. Примеры таких функций для состояния равновесия хорошо известны. Это максвелловская ФР частиц по скоростям $f(V)=Ae^{-\frac{mV^2}{2k_BT}}$, больцмановская ФР частиц в поле тяжести $f(z)=Be^{-\frac{mgz}{k_BT}}$. В дальнейшем температуру T будем измерять в энергетических единицах, что соответствует постоянной Больцмана $k_B\to 1$. В состоянии теплового равновесия ФР не зависит от времени, а зависимость от координат и импульсов входит через энергию частиц ε во внешнем потенциальном поле $f^0(\varepsilon)=Ae^{-\frac{\varepsilon}{T}}$. В случае ФР Максвелла это кинетическая энергия, а для ФР Больцмана – потенциальная энергия в однородном гравитационном поле. В неравновесном случае ФР может зависеть как от координаты и импульса частицы, так и от времени. Чтобы найти ФР требуется составить и решить кинетическое уравнение (КУ). Оно представляет собой соотношение баланса частиц в фазовом пространстве с учетом собственного движения (в поле внешних сил) и редких «столкновений» частиц друг с другом. КУ Больцмана имеет вид:

$$\frac{Df}{Dt}\equiv\frac{\partial f}{\partial t}+\mathbf{V}\frac{\partial f}{\partial\mathbf{r}}+\mathbf{F}\frac{\partial f}{\partial\mathbf{p}}=I_{st}\qquad\text{где}\qquad I_{st}=\int d\tau_p w\{f_1f_1^{'}-ff_1\}. \tag{9.1}$$

Левая часть КУ представляет собой запись *стоксовой* производной – полной производной по времени от сложной функции времени $f(\mathbf{r}(t),\mathbf{p}(t),t)$, где

$\mathbf{r}(t)$ и $\mathbf{p}(t)$ задаются законами движения частицы. Правая часть КУ – т.н. *интеграл столкновений* (ИС) – определяется из вероятностных соображений; $w \equiv w_{pp_1|p'p'_1} = u \cdot \delta(\mathbf{p}+\mathbf{p}_1-\mathbf{p}'-\mathbf{p}'_1)\cdot\delta(\varepsilon+\varepsilon_1-\varepsilon'-\varepsilon'_1)$ – условная вероятность частиц с начальными импульсами $\mathbf{p}, \mathbf{p}_1$ и соответствующими энергиями переходит в результате (упругого) столкновения в состояние с конечными импульсами $\mathbf{p}', \mathbf{p}'_1$ (и равная ей, в силу обратимости уравнений движения во времени, обратная вероятность); $f \cdot f'$ – вероятность столкновения частицы $f \equiv f(\mathbf{r},\mathbf{p},t)$ с частицей $f' \equiv f(\mathbf{r},\mathbf{p}',t)$. По определению столкновения обе частицы должны находиться в одной и той же точке в один и тот же момент времени, поэтому аргументы $\mathbf{r}$ и t у них совпадают. Сложное выражение для ИС в ряде случаев можно заменить выражением $I_{st} = -(f - f^0)/\tau$, которое удовлетворяет условию 9.1 обращения ИС в нуль равновесной ФР. Время τ носит название *времени релаксации*. Оно описывает характерное время возвращения системы частиц в состояние равновесия за счет столкновений. Оно имеет также смысл времени свободного пробега, а обратная величина $\nu_{st} = 1/\tau$ – частоты столкновений.

Вопросы и задачи.

9.1. Показать, что равновесная ФР является точным решением КУ Больцмана и обращает в нуль ИС: $I_{st}\{f^0(\varepsilon)\} = 0$.

9.2. Показать, что I_{st} удовлетворяет точным соотношениям $\int I_{st} d\mathbf{p} = 0, \int \mathbf{p} I_{st} d\mathbf{p} = 0, \int \varepsilon I_{st} d\mathbf{p} = 0$, выражающим законы сохранения полного числа частиц, импульса и энергии.

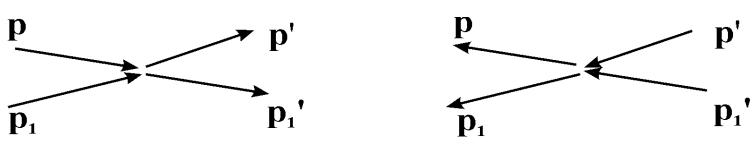


Рис.9. Прямой и обратный процессы столкновений, соответствующие исчезновению или появлению частицы с импульсом **p** за счёт столкновений с другими частицами.

Литература: [1] т.10

Лекция 10. **Распределения Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна.**

При сжатии на поздних стадиях эволюции звезды плотность частиц становится столь велика, что начинают проявляться квантовые эффекты. Для электронов, как частиц с полуцелым спином, вступает в игру принцип исключения Паули, запрещающий им находиться в одном и том же квантовом состоянии. В КУ это означает, что в ИС мы должны учитывать, свободно ли конечное состояние или занято. Вероятность состоянию быть свободным равна (1-*f*), если *f* – вероятность состоянию с импульсом ***p*** быть занятым. (Здесь мы используем квантовую нормировку и ФР – представляет собой вероятность, а не плотность вероятности). КУ принимает вид (рис.9.1):

$$\frac{Df}{Dt} \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = I_{st};$$
$$I_{st} = \int d\tau_p w \cdot \{f' f_1' \cdot (1-f)(1-f_1) - f f_1 \cdot (1-f')(1-f_1')\}. \tag{10.1}$$

Интеграл $\int d\tau_p$ возникает в результате перехода от суммы по состояниям по правилу $\sum ... \to \int d\tau_p ...$, где в $d\tau_p$ включена плотность состояний на интервал импульсов $d\mathbf{p} \equiv d^3 p$: $d\tau_p = \left(\frac{L^3}{(2\pi h)^3}\right)^3 d\mathbf{p}' d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}'_1$, где L – размер системы. Нетрудно проверить, что распределение Ферми-Дирака $f_{FD}^0 = \left(1 + e^{\frac{\varepsilon(\mathbf{p})-\mu}{T}}\right)^{-1}$ обращает в нуль ИС (10.1) и является решением КУ. При $T \to 0$ эта функция распределения приобретает вид *фермиевской ступеньки* (рис.10.а): $f_{FD}^0 \to 1$ при $\varepsilon < \varepsilon_F = \mu(0)$ и $f_{FD}^0 \to 0$ при $\varepsilon > \varepsilon_F$, где *фермиевская энергия* ε_F представляет собой значение химического потенциала при равной нулю температуре. Физический смысл этого результата очевиден: в силу принципа Паули электроны последовательно занимают все свободные состояния с наинизшей энергией. При конечных, но малых температурах ступенька «размывается» (рис.10.б). Высокоэнергетический экспоненциальный «хвост» $f^0 \approx Ae^{-\frac{\varepsilon}{T}}$, где $A = e^{\frac{\mu}{T}}$, представляет собой известное нам классическое распределение, в котором принцип Паули уже не играет роли из-за малого количества частиц. Условие нормировки $\int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi h)^3} f = n$ связывает ε_F с концентрацией частиц.

Для бозе-частиц с целым спином наряду со «спонтанными» необходимо учитывать «вынужденные» переходы, вероятность которых пропорциональна числу частиц в конечном состоянии. В силу этого КУ приобретает вид:

$$\frac{Df}{Dt} \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = I_{st};$$
$$I_{st} = \int d\tau_p w\{f' f_1' \cdot (1+f)(1+f_1) - f f_1 \cdot (1+f')(1+f_1')\}. \qquad (10.2)$$

Его равновесным решением является функция распределения Бозе-Эйнштейна: $f_{BE}^0 = \left(e^{\frac{\varepsilon(\mathbf{p})-\mu}{T}} - 1\right)^{-1}$. Важнейшим для астрофизики частным случаем ($\varepsilon = \hbar\omega,\ \mu = 0$) является распределение Планка равновесного излучения

$$f_{Pl}^0 = \left(e^{\frac{\hbar\omega}{T}} - 1\right)^{-1}. \qquad (10.3)$$

При $\hbar\omega << 1$ оно переходит в распределение Рэлея-Джинса (РД) $f_{RJ}^0 = \frac{T}{\hbar\omega}$. Постоянная Планка в действительности выпадает в этом предельном случае из всех соотношений.

Вопросы и задачи.

10.1. Найти давление вырожденных ферми- и бозе- газов.

10.2. Найти закон Стефана-Больцмана пропорциональности интенсивности теплового излучения четвёртой степени температуры.

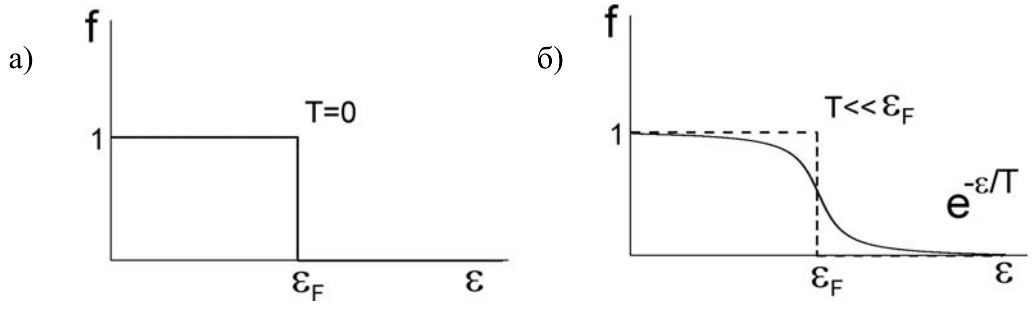


Рис.10. Функция распределения вырожденного электронного газа: а) фермиевская ступенька при T=0, б) размытая фермиевская ступенька при T << ε_F.

Литература: [1] т 5

Лекция 11. **Эволюция звезд. Белые карлики.**

Условия гидростатического равновесия самогравитирующей сферы приводят к выражению для давления и температуры в центре звезды. Последняя находится с использованием уравнения состояния идеального газа. Требуемая температура поддерживается за счет термоядерных реакций, в основе которых лежит реакция $p + e^{-} \to n + \nu$ (протон + электрон превращаются в нейтрон и нейтрино с выделением энергии). На основе подобных реакций образуются циклы ядерного горения, в результате которого водород превращается в гелий. Эта наиболее долгая стадия горения удерживает звезды на главной последовательности (ГП) диаграммы Герцшпрунга-Рессела. Дальнейшие процессы горения элементов вплоть до группы железа уводят звезду с ГП и, когда горючее исчерпано, начинается сжатие (здесь мы не касаемся взрывных сценариев). В результате сжатия при достаточно больших плотностях вступают в игру квантовые эффекты. Сжатие может быть остановлено давлением вырожденного электронного газа с образованием *белых карликов*.

Оценивая давление как результат переноса импульса $P \approx p \cdot V \cdot n$, где p, V, n соответственно импульс, скорость и концентрация частиц, получаем классическое уравнение состояния $P = nT$, если подставить в выражение для давления тепловые импульсы $p = mV_T$ и скорости $V_T \approx \sqrt{T/m}$ частиц. В квантовом случае характерный (фермиевский) импульс равен $p \approx \hbar / a$, где $a \approx n^{-1/3}$ – среднее расстояние между частицами. Эта оценка следует также из соотношения неопределенности Гейзенберга. Для давления отсюда получаем $P \approx \hbar n^{1/3} \cdot \dfrac{\hbar n^{1/3}}{m} \cdot n \propto n^{5/3}$. В то же время потенциальная энергия, входящая в условие равновесия, растет при сжатии как $U \propto n^{4/3}$. Отсюда следует, что при достижении плотности $n_{cr}^{1/3} \approx G^3 \hbar^{-6} m_H^5 m_e^3 M^2$ установится равновесие за счет давления вырожденного электронного газа, дающего в давление основной вклад. Ему соответствуют зависимости масса-радиус $M \cdot R^3 = \hbar^6 (G^3 m_H^5 m_e^3)^{-1} = Const$, заменяющее соотношение Эддингтона для звезд на ГП, и оценка для средней скорости частиц $V \approx \hbar n^{1/3} / m_e \to G\hbar^{-1} m_H^{4/3} M^{2/3}$. Заметим, что в скорость не входит масса легких частиц, создающих давление. Ландау и Чандрасекар обратили внимание на то, что поскольку скорость не может превышать скорость света, возникает ограничение на массу $M \le M_{Ch}$, выше которой невозможно обсуждаемое равновесие. Выражение для критической массы Ландау-Чандрасекара $M_{Ch} = m_{Pl}^3 / m_H^2$ следует из условия $V \le c$. Мы выразили M_{Ch} через массу Планка $m_{Pl} = \sqrt{\hbar c / G}$ и массу протона m_H. Масса Планка строится по соображеням размерности из констант, связанных с тремя фундаментальными физическими теориями: теорией относительности – c, гравитацией – G и квантовой механикой – $\hbar$. Аналогично строятся планковская длина $l_{Pl} = \sqrt{\hbar G / c^3}$ и планковское время $t_{Pl} = \sqrt{\hbar G / c^5}$, играющие принципиальную эвристическую роль в квантовых теориях пространства-времени и космологии. Отметим, что планковской массе не соответствуют какие-либо массы реальных физических тел.

Вопросы и задачи.

11.1.Сравнить плотность и размеры белых карликов с плотностью и размерами нейтронных звёзд, в которых давление создаётся вырожденным нейтронным газом (л12).

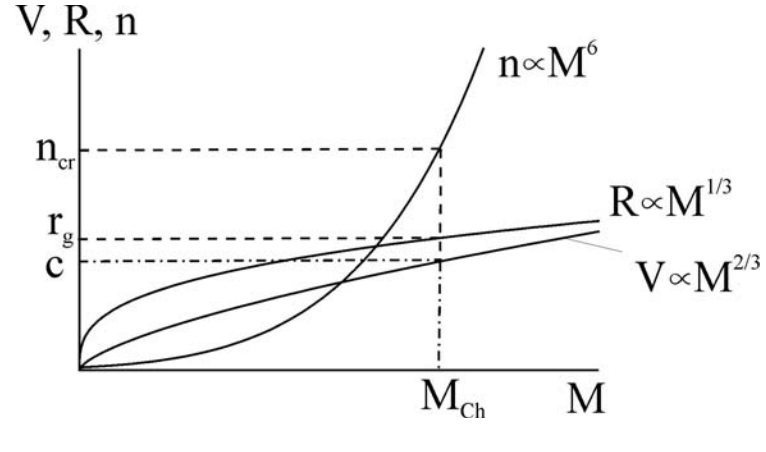


Рис.11. Предельной массе Ландау-Чандрасекара M_{Ch} (штрих-пунктир) соответствуют предельные значения скорости $V = c$, радиуса r_g и концентрации n_{cr}^* (пунктирные линии).

Литература: [8], [9]

Лекция 12. **Нейтронные звёзды. Пульсары.**

При взрывах сверхновых звезда «проскакивает» состояние равновесия, соответствующее белым карликам, но сжатие может быть остановлено давлением вырожденного нейтронного газа. Нейтронные звезды были предсказаны Л.Ландау в 1932 г., их связь со сверхновыми была предсказана В.Бааде и Ф.Цвикки в 1934г, а обнаружены они были в виде пульсаров Джоселин Белл и А.Хьюишем в 1967г. При сжатии в области достаточно больших плотностей за счет реакции нейтронизации $p \to n + e^{+} + \nu$ основная часть вещества звезды превращается в нейтроны. Соотношения предыдущей лекции сохраняют силу при замене в них m_e на m_H. Если характерные размеры белых карликов – это размеры Земли при массе порядка массы Солнца, то размеры нейтронной звезды порядка десятка километров при тех же массах.

При сжатии ускоряется вращение звезды и увеличивается ее магнитное поле в соответствии с законами сохранения момента и магнитного потока. Это приводит к вращению пульсаров с периодами порядка 1 сек для обычных и порядка десятка миллисекунд для быстровращающихся пульсаров. К последним относится пульсар в Крабовидной туманности. Магнитные поля в пульсарах достигают значений $H = 10^{12}$ гаусс. В столь сильных полях гамма-кванты, порождаемые излучением кривизны в дипольном магнитном поле пульсара, рождают электрон-позитронную плазму, заполняющую магнитосферу пульсара. Магнитосферная плазма заряжена с плотностью заряда Голдрайха-Джулиана $\rho_{GJ} = -\Omega H / 2\pi c$, порождающей поперечное магнитному, электрическое поле, что позволяет ей вращаться коротационно вместе со звездой с угловой скоростью Ω. Такое вращение возможно, если силовые линии не выходят за пределы *светового цилиндра*, где линейные скорости остаются меньше скорости света. Этому условию не удовлетворяют силовые линии в окрестности магнитного полюса звезды. В области этих «открытых» силовых линий, выходящих из звезды через *полярную шапку*, происходят основные процессы, приводящие к ускорению частиц, генерации плазмы и излучения. Магнитная ось в пульсарах не совпадает с осью вращения, что приводит к эффекту маяка. Над поверхностью полярной шапки существует *вакуумный зазор,* где ускорение электронов происходит в продольном, по отношении к магнитному, электрическом поле. Как и поле коротации, это поле вызвано вращением звезды при наличии магнитного поля и связано с плотностью заряда ρ_{GJ} на границе зазора. Существует популяция пульсаров, раскручиваемая потоком вещества от соседней звезды в тесных двойных системах. В этих миллисекундных пульсарах магнитное поле не столь сильно как в обычных (порядка $10^8 - 10^{10}$ гаусс). Существуют *рентгеновские пульсары*, которые также входят в состав двойных систем. В них поток вещества от звезды-компаньона, падая на поверхность нейтронной звезды, разогревает место падения, превращая его в *горячее пятно*, являющееся источником теплового рентгеновского излучения. При вращении звезды это излучение приводит к эффекту пульсара в рентгеновском диапазоне.

Вопросы и задачи.

12.1.Получить плотность заряда Голдрайха-Джулиана, исходя из условий коротации магнитосферной плазмы.

12.2. Оценить магнито-диполные и токовые потери при вращении пульсаров.

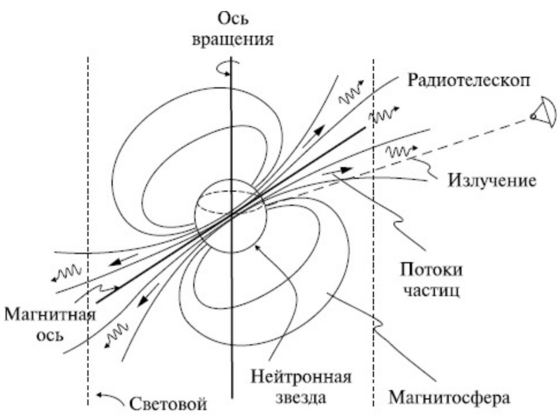


Рис. 12.1 Схема магнитосферы пульсара и модель «маяка»

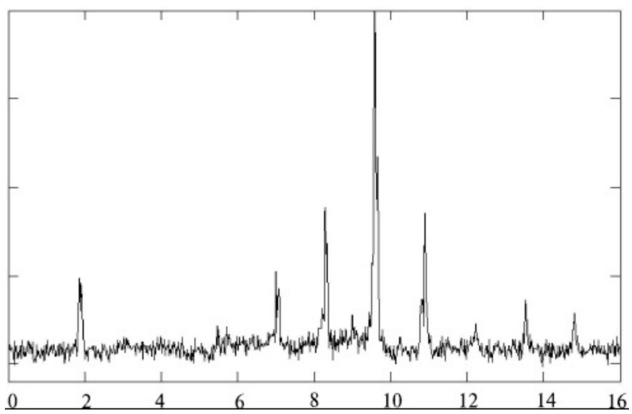


Рис. 12.2. Сигналы пульсара в декаметровом диапазоне (наблюдения на радиотелескопе УТР-2). Приведены профили импульсов PSR B0809+74, усредненные в полосе 18−30 МГц. По оси абцисс – секунды.

Литература:[10]-[12].

Лекция 13. **Проводимость и диэлектрическая проницаемость плазмы.**

Рассмотрим важную для радиоастрономии задачу о проводимости плазмы, которая позволит определить коэффициент поглощения электромагнитных волн. Электронный газ в постоянном электрическом поле описывается КУ $e\mathbf{E}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = -\nu(f - f^0)$, где ν – частота столкновений (л9). Линеаризуя его по малому отклонению f' от равновесной ФР $f^{\,0}$, запишем его решение в виде $\frac{e\mathbf{EV}}{\nu}\left(-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}\right) = f'$. Вычисляя плотность тока $\boldsymbol{j}$ согласно $\mathbf{j} = e\int d\tau_{\mathbf{p}}\mathbf{V}f'$ и вводя проводимость согласно $j_i = \sigma_{ik}E_k$, находим $\sigma_{ik} = e^2\int d\tau_{\mathbf{p}}\frac{V_iV_k}{\nu}\left(-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}\right)$. Мы использовали зависимость $f^{\,0}$ только от энергии и равенство нулю тока в равновесном состоянии. Для проводимости, принимая $-\frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon} \approx \frac{f^0}{\varepsilon}$ и учитывая, что $\int d\tau_{\mathbf{p}} f^0 = n$, получаем формулу Друде-Лоренца при нулевой частоте:

$$\sigma(0) = \frac{e^2 n}{m\cdot\nu}. \qquad (13.1)$$

Рассмотрим теперь переменное поле с частотой ω. В линеаризованном КУ $\frac{\partial f'}{\partial t} + e\mathbf{EV}\frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon} = -\nu f'$ перейдем к Фурье компонентам по времени $\mathbf{E} \propto e^{-i\omega t}$, $f' \propto e^{-i\omega t}$. Тогда, в силу $\frac{\partial}{\partial t} \to -i\omega$, решение КУ и выражение для проводимости может быть получено из предыдущего заменой $\nu \to \nu^* = \nu - i\omega$:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 n}{m(\nu - i\omega)}. \qquad (13.2)$$

В уравнении Максвелла $\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\sigma(\omega)\mathbf{E} - \frac{i\omega}{c}\varepsilon(\omega)\mathbf{E}$ мы можем ввести эффективную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_{eff}(\omega)$, учитывающую вклад проводимости электронного газа: $\varepsilon_{eff}(\omega) = \varepsilon_0(\omega) + i\frac{4\pi\sigma(\omega)}{\omega}$. Пренебрегая вкладом ионов $\varepsilon_0(\omega)$, перепишем $\varepsilon_{eff}(\omega)$ в виде

$$\varepsilon_{eff}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\nu)}, \qquad (13.3)$$

где $\omega_p^2 = \dfrac{4\pi ne^2}{m}$ - квадрат плазменной частоты. В актуальной для космической плазмы области частот $\nu \ll \omega,\ \ \omega_p \ll \omega$ это дает $\varepsilon_{eff}(\omega) = 1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2} + i\dfrac{\nu\,\omega_p^2}{\omega^3} \approx 1 + i\dfrac{\nu\,\omega_p^2}{\omega^3}$.

Коэффициент поглощения волн на единицу длины пути $\alpha = \mathrm{Im}\,k$, где k – волновое число, находится из закона дисперсии электромагнитных волн $\omega = ck/\sqrt{\varepsilon}$ в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$. Окончательно, коэффициент поглощения

$$\alpha = \frac{\omega}{c}\mathrm{Im}\sqrt{\varepsilon} \approx \frac{\nu\omega_p^2}{2c\omega^2}. \qquad (13.4)$$

Продольное магнитное поле приводит к диэлектрической проницаемости для циркулярно поляризованных волн $\varepsilon_\pm(\omega) = 1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega(\omega \pm \omega_c - i\nu)}$. При $\omega_c = \dfrac{eH}{mc} \ll \omega$ добавка в диэлектрическую проницаемость, пропорциональная магнитному полю $\delta\varepsilon_\pm = \pm\dfrac{\omega_p^2\omega_c}{\omega^3}$, приводит к углу поворота плоскости поляризации (эффект Фарадея) $\delta\varphi \propto \dfrac{H}{\omega^2}$.

Вопросы и задачи

13.1.Получить выражение для угла поворота плоскости поляризации волны, проходящей через слой плазмы, находящийся в продольном магнитном поле.

13.2.Проверить, что для электромагнитных волн выполняется соотношение $V_\phi V_{гр} = c^2$, где фазовая скорость $V_\phi = c\big/\sqrt{\varepsilon}$, групповая скорость $V_{гр} \equiv \partial\omega\big/\partial k$.

13.3.Получить выражение для группового запаздывания $\delta T(\omega) = \dfrac{2\pi e^2}{c\omega^2}\int^L ndl$ сигнала в плазме, где время распространения импульса на трассе длинной L $T(\omega) = \dfrac{1}{c}\int^L dl + \delta T(\omega)$.

Литература:[1] т.10, [6]-[7]

Лекция 14. **Излучение равновесного слоя. Спектр и образование линий.**

Рассмотрим задачу об излучении слоя конечной толщины. КУ для фотонов перепишем в виде уравнения переноса (УП) излучения для интенсивности $I(\mathbf{r},\mathbf{k},t)$, умножая КУ на плотность состояний, энергию кванта и скорость света:

$$I(\mathbf{r},\mathbf{k},t) = c\cdot\hbar\omega\cdot g(\mathbf{k})\cdot f(\mathbf{r},\mathbf{k},t). \qquad (14.1)$$

Выпишем УП в наиболее часто используемом случае стационарного изотропного распределения $I(\mathbf{r},\omega) = c\cdot\hbar\omega\cdot g(\omega)\cdot f(\mathbf{r},\omega)$, где $g(\omega)$ – плотность состояний на интервал частот. Она определяется следующим образом. Поместим нашу систему в ящик размером L для того, чтобы спектр допустимых значений волновых чисел был дискретный. Например, вдоль оси x эти значения определяются условием $kL = 2\pi\cdot m$, где m - целое число. При этом волна удовлетворяет периодическим граничным условиям $e^{ik(x+L)} = e^{ikx}$: на длине ящика, в который помещена система, укладывается целое число волн. Волновые числа принимают значения $k_m = 2\pi m/L$. При больших L они расположены практически непрерывно и при суммировании по ним можно перейти к интегрированию. При этом интервалу значений Δk соответствует $\Delta m = L/2\pi$ одинаковых слагаемых. Потому переходу от суммы по $\mathbf{k}$ к интегралу соответствует правило $\sum_{\mathbf{k}}\ldots \to \int d\mathbf{k}g(\mathbf{k})\ldots$, где плотность состояний $g(\mathbf{k}) = (L/2\pi)^3$. При подсчете числа состояний, приходящихся на интервал частот $\Delta\omega$ в случае изотропных, зависящих только от модуля волнового числа распределений, мы должны перейти к сферическим координатам в $\mathbf{k}$-пространстве, проинтегрировать по углам и изменить масштаб, что даст нам в этом случае

$$\sum_{\mathbf{k}} F(\omega_{\mathbf{k}}) \to \int d\omega\, g(\omega)F(\omega),\quad g(\omega) = \frac{8\pi L^3\omega^2}{(2\pi c)^3}. \qquad (14.2)$$

Сюда включен также множитель 2 от суммирования по поляризациям волн.

Стационарное уравнение переноса записывается в виде

$$\frac{\partial I}{\partial s} + \alpha I = \alpha I^0, \qquad (14.3)$$

где дифференцирование ведется вдоль луча: $\frac{\partial I}{\partial s} \equiv \frac{\mathbf{k}}{k}\nabla I$, I^0 – интенсивность, соответствующая чернотельному излучению $I^0 \equiv c \cdot \hbar\omega \cdot g(\omega) \cdot f^0_{Pl}$ (л9). Для ИС в этом случае выбрана запись уходного члена в ИС через коэффициент поглощения волн: $-\alpha I$, а приходный член ИС, описывающий излучательную способность среды j, записан с использованием теоремы Кирхгофа как $-\alpha I^0$. Эта теорема, в данном случае означает обращение в ноль ИС равновесным распределением I^0: $I_{st} \equiv j - \alpha I = \alpha(I^0 - I)$. Для плоского однородного слоя равновесной плазмы толщиной l решение УП, выраженное через оптическую толщину слоя $\tau = \alpha \cdot l$, имеет вид: $I(s) = I^0(1 - e^{-\tau})$. (14.4)

Используя частотную зависимость коэффициента поглощения (18.5) получаем характерный спектр излучения слоя (рис.14.1). На низких частотах, где $\tau >> 1$, имеем квадратичный рост в соответствии с законом Рэлея-Джинса $I^0 = I^0_{RJ} \propto T\omega^2$, который при $\tau << 1$ в области прозрачности на высоких частотах, где $I \approx \tau \cdot I^0$, переходит в константу в соответствии с $\tau \propto \omega^{-2}$ (13.4).

Вопросы и задачи.

14.1. Показать, что вблизи от частот резонансов (квантовых переходов), на которых коэффициент поглощения существенно возрастает, увеличивается излучение, формируя *линии излучения* (рис.14.1).

14.2. Рассмотреть *прохождение* излучения через слой и обсудить появление *линий поглощения* на частотах, близких к резонансам и частотам переходов.

14.3. Записать решение УП для неоднородного плоского слоя. Оптическая толщина при этом равна интегралу $\tau = \int ds\, \alpha(s)$ в требуемых пределах.

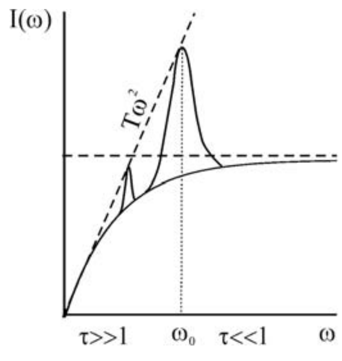


Рис.14.1. Схема формирований линий излучения. Показаны линии, когда в окрестности резонанса оптическая толщина достаточно велика. Видно, что контраст линий на фоне непрерывного спектра увеличивается с уменьшением оптической толщины последнего.

Литература:[13]

Лекция 15. **Диффузия.**

В случае *медленных процессов,* когда существенные изменения параметров происходят в результате многих последовательных взаимодействий (столкновений), от интегрального КУ можно перейти к дифференциальному. В пространственном случае это соответствует диффузионному уравнению, полученному Эйнштейном. Мы остановимся на примере медленных движений в пространстве энергий (уравнение Фоккера-Планка). Запишем ИС в виде:

$$I_{st} = \int f(\varepsilon - \delta\varepsilon)\, w(\varepsilon - \delta\varepsilon, \delta\varepsilon) d\delta\varepsilon - \int f(\varepsilon)\, w(\varepsilon, \delta\varepsilon) d\delta\varepsilon \qquad (15.1),$$

где $w(\varepsilon,\delta\varepsilon)$ – условная вероятность перехода из состояния с энергией ε в состояние с энергией $\varepsilon+\delta\varepsilon$. Медленному процессу соответствует резкое убывание этой вероятности с ростом передачи энергии $\delta\varepsilon$ и медленная зависимость от самой энергии. Разложим величину $F \equiv f(\varepsilon-\delta\varepsilon)\cdot w(\varepsilon-\delta\varepsilon,\delta\varepsilon)$ по малой передаче энергии в аргументе, соответствующем этой медленной зависимости $F(\varepsilon-\delta\varepsilon,\delta\varepsilon) \approx F(\varepsilon,\delta\varepsilon) - \delta\varepsilon\cdot\partial F(\varepsilon,\delta\varepsilon)/\partial\varepsilon + 1/2\cdot(\delta\varepsilon)^2\cdot\partial^2 F(\varepsilon,\delta\varepsilon)/\partial\varepsilon^2$. Получаем:

$$\begin{gathered} I_{st} \approx -\frac{\partial q}{\partial\varepsilon},\ q = B\frac{\partial f}{\partial\varepsilon} - Af;\ A = \widetilde{A} - \frac{\partial B}{\partial\varepsilon}, \\ \widetilde{A} = \int d\delta\varepsilon\cdot\delta\varepsilon\cdot w(\varepsilon,\delta\varepsilon),\ B = \frac{1}{2}\int d\delta\varepsilon\cdot(\delta\varepsilon)^2 w(\varepsilon,\delta\varepsilon). \end{gathered} \qquad (15.2)$$

Вероятность $w(\varepsilon,\delta\varepsilon)$ должна достаточно быстро убывать с ростом передачи энергии $\delta\varepsilon$, чтобы интегралы сходились и первый $\widetilde{A}$ и второй B моменты были конечны. Слагаемое со второй производной соответствует диффузии в пространстве энергий. Слагаемое с первой производной описывает эффективную силу, которая в зависимости от знака может отвечать как потерям, так и набору энергии (ускорению) частиц. КУ приобретает вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left(B(\varepsilon)\frac{\partial f}{\partial\varepsilon} - A(\varepsilon) f \right). \qquad (15.3)$$

Коэффициент $B(\varepsilon)$ играет роль, аналогичную коэффициенту диффузии, но в энергетическом пространстве.

В пространственном случае диффузионное уравнение, которое записывается обычно для концентрации частиц, имеет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mathrm{div}\left(D\nabla n - b\mathbf{F}\cdot n\right) \to D\Delta n \text{ при } D = const,\ \mathbf{F}=0\ , \tag{15.4}$$

где Δ – оператор Лапласа, $\mathbf{F}$ – внешнее поле. Связь между коэффициентом диффузии D и подвижностью b, аналогичная 15.3, носит название *соотношения Эйнштейна*.

Вопросы и задачи.

15.1. Показать, что уравнение теплопроводности (в простейшем случае – $\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T$) совпадает с уравнением диффузии в отсутствие внешнего поля.

15.2. Показать, что КУ, описывающее распространение космических лучей с учётом синхро-комптоновских потерь, сводится к диффузионному уравнению с коэффициентом диффузии $D = D(\varepsilon, \mathbf{r})$ при использовании линейного преобразования времени и энергии к новым переменным.

15.3. Показать, что обращение в ноль ИС уравнения Фоккера-Планка равновесным распределением $f^0 \sim e^{-\varepsilon/T}$ приводит к соотношению Эйнштейна $B= - A\ T$.

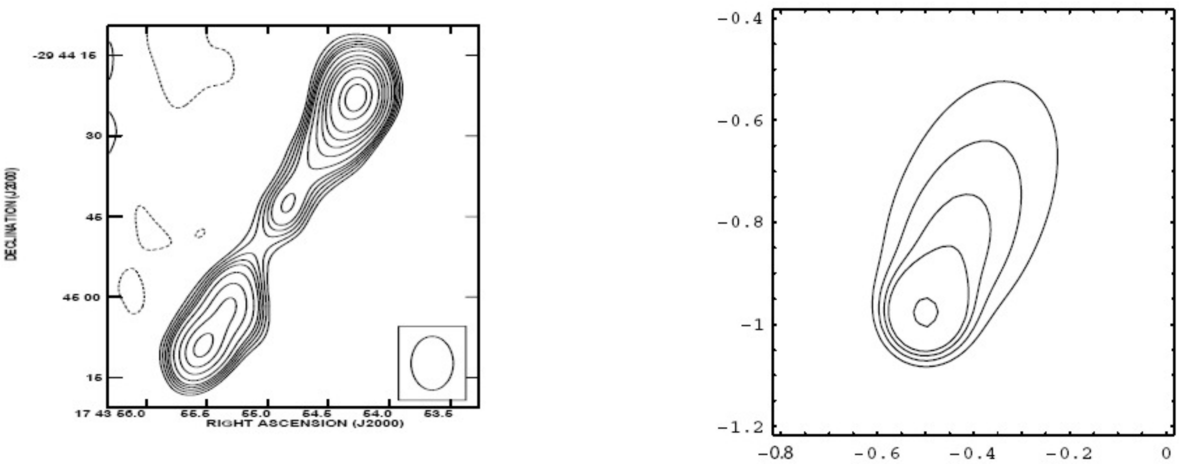


Рис.15.1 а) Наблюдаемое распределение радиоизлучения микроквазара 1E1740-2942 [a]. б) распределение интенсивности синхротронного излучения, полученное в рамках диффузионной модели для северо-западной компоненты джета 1E1740-2942 (масштаб по осям в парсеках). В этой модели ускоренные на ударной волне электроны теряют энергию на синхро-комптоновские потери и диффундируют в окружающую среду [b].

Литература:[1] т.6

Лекция 16. **Ускорение Ферми. Ускорение частиц на ударных волнах.**

Происхождение степенных спектров космических лучей, в частности, релятивистских электронов, ответственных за синхротронное излучение космических источников, связано с процессами ускорения. Одним из важнейших является механизм *ускорения Ферми*. Для релятивистских частиц с энергией $\varepsilon = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2} \approx pc$ его удобно пояснить на примере фотонов – электромагнитных волн, имеющих сходный закон дисперсии $\varepsilon = cp$, где $\varepsilon = \hbar\omega,\ p = \hbar k$. При отражении волны от движущегося навстречу зеркала она приобретает энергию – увеличивает частоту в соответствии с эффектом Допплера. Изменение частоты $\Delta\omega$ при нерелятивистском движении зеркала пропорционально самой частоте $\Delta\omega = 2k \cdot u$. (Мы ограничиваемся случаем нормального падения волны.) Соответственно, $\Delta\varepsilon = 2(u/c)\cdot\varepsilon$. Малым параметром является отношение скорости зеркала к скорости света $u/c << 1$. Этот эффект *первого порядка* малости исчезает однако при хаотическом движении зеркал, роль которых играют замагниченные облака или волны. Энергия при этом не только приобретается, но также и теряется частицей (при отражении от облака, движущегося в ту же сторону, что и частица). За счет малого преобладания числа встречных столкновений остается эффект второго порядка, когда набор энергии пропорционален $(u/c)^2$. Этот эффект, однако, очень мал и не может объяснить происхождение космических лучей. Кроме того, возникающие при ускорении Ферми энергетические спектры ускоренных частиц не обладают требуемой для космических лучей универсальностью, т.к. зависят от параметров системы облаков и частиц.

Универсальным механизмом ускорения в настоящее время считают ускорение на ударных волнах (УВ). При этом, также как и в механизме Ферми, происходит набор энергии при отражении от «зеркал», которыми являются неоднородности и волновые флуктуации в космической плазме (плазменная турбулентность). Но благодаря скачку скорости на УВ, зеркала по разные стороны от разрыва сближаются и сохраняется эффект ускорения Ферми первого порядка. Кроме того, энергетический спектр, возникающий при таком ускорении, оказывается близким к наблюдаемому спектру космических лучей.

Пусть W – вероятность возвращения частицы за счет отражения от зеркал к УВ, а β – набор энергии частицей при однократном отражении. Тогда после k возвращений энергия частицы увеличится в β^k раз, а число частиц с такой энергией в W^k раз. Отсюда находим зависимость числа частиц от энергии $N(\geq E) \propto E^{\ln W/\ln\beta}$. Величина β с учетом усреднения по углам между импульсом частицы и нормалью к УВ равна: $\beta = 1 + 3\Delta u/4c$. Чтобы найти вероятность W рассмотрим баланс частиц у поверхности УВ. Число частиц, падающих на единицу поверхности УВ в единицу времени равно $n_1 c/4$, а число частиц, выходящих по другую сторону фронта $n_1(c/4 - u_2)$, откуда $W = (n_1 c/4 - u_2)/(n_1 c/4)$ $\ln W \approx -4u_2/c$. Здесь n_1 и n_2 – концентрации частиц по обе стороны ударного фронта. Для индекса распределения $\dfrac{\ln W}{\ln\beta}$ получаем $\dfrac{\ln W}{\ln\beta} = -\dfrac{3u_2}{u_1 - u_2}$. Учитывая $\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2$ и (для сильной УВ) $\rho_2/\rho_1 = 4$, получаем $\ln W/\ln\beta = -1$. Отсюда, $dN(E) \propto E^{-2}dE$ и при $N \propto E^{-\gamma}$ $\gamma = 2$.

Вопросы и задачи.

16.1. Показать, что для УВ с отношением давлений $p_2/p_1 \gg 1$ индекс $\gamma = 2 + 5p_1/p_2$.

16.2. Показать, что в диффузионном приближении спектр частиц, ускоренных механизмом Ферми равен $f(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-(1+1/\alpha\tau)}$, где τ – время жизни частиц в области ускорения, а α – характеризует темп набора энергии $A \equiv d\varepsilon/dt = \alpha \cdot \varepsilon$ (л15).

Рис.16 а) Набор энергии частицей при отражении от движущейся стенки.
б) Механизм ускорения Ферми 1-го порядка на УВ , $\Delta\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2$.

Литература:[14]

Лекция 17. **Молекулы в космосе.**

Оценим характерные частоты молекулярных переходов. Электронные энергии в молекулах примерно те же, что и в атомах, и соответствующие переходы лежат в ультрафиолетовом или оптическом диапазоне. Именно поэтому такое ультрафиолетовое излучение способно привести к разрушению молекулы. Но в молекуле возможны и *движения ядер*, в первую очередь их *колебания* возле положения равновесия, и *вращение* вокруг различных осей. Частоты этих движений существенно зависят от масс ее ядер $m_{\text{яд}}$, в то время как электронные энергии включают только массу электрона *m*. Поэтому отношение энергий будет содержать малый параметр $m/m_{\text{яд}} \approx 10^{-3}/A$, где A — молекулярная масса. Теперь легко оценить интересующие нас частоты. Известно, что частоты колебаний груза на пружинке обратно пропорциональны корню из массы груза, т. е. $\omega_{\text{кол}} \propto 1/\sqrt{m_{\text{яд}}}$. Поэтому отношения частот колебательных и электронных переходов в молекуле

$$\omega_{\text{кол}}/\omega_{\text{эл}} \sim \sqrt{m/m_{\text{яд}}}\,. \qquad (17.1)$$

Так как электронные переходы соответствуют оптическим частотам $\omega_{\text{эл}} \sim 10^{15}\,сек^{-1}$, то колебательные частоты попадают, вообще говоря, в инфракрасный диапазон: $\omega_{кол} \sim 10^{13}/\sqrt{A}\,сек^{-1}$. Характерные вращательные энергии выражаются через моменты количества движения и моменты инерции тел $\sim m_{\text{яд}}a^2$ так же, как кинетическая энергия через импульсы и массы. Поэтому вращательные энергии обратно пропорциональны массе молекулы. На атомно-молекулярном уровне вращение квантуется и соответствующая частота перехода $\omega_{\text{вр}} \propto 1/m_{\text{яд}}$. Аналогично предыдущему,

$$\omega_{\text{вр}}/\omega_{\text{эл}} \sim m/m_{\text{яд}} \qquad (17.2)$$

и вращательные частоты попадают в область высоких радиочастот $\omega_{\text{вр}} \sim 10^{11}/\text{А}\ сек^{-1}$. Вообще говоря, это миллиметровый диапазон (для легких молекул). Но многие частоты по ряду причин соответствуют еще более длинным волнам, например, из-за того, что в симметричных молекулах некоторые энергии совпадают, а малое нарушение симметрии приводит к дополнительным малостям уже в разностях энергий, которые проявляются в возникновении более низких боровских частот. Подобным примером может служить Λ или l-удвоение, возникающее в двухатомных (Λ) и линейных (l) молекулах. В линейной молекуле электронные уровни совпадают для состояний, отличающихся направлением электронного момента относительно оси молекулы. Но при вращении молекула «изгибается», вследствие чего нарушается симметрия и энергии совпадавших состояний начинают различаться. Уровни удваиваются (Λ- или l-удвоение), а боровский переход между расщепившимися компонентами попадает в еще более длинноволновую область. Этот эффект очень чувствителен к величине электронного момента. При нулевом моменте (в Σ-состоянии) он, разумеется, отсутствует. Для П-состояния, в котором орбитальный момент равен единице, $\omega_{\text{удв}} \sim \omega_{\text{эл}} \left(m / m_{\text{яд}} \right)^2$. Это приводит к частотам перехода, попадающим в дециметровый диапазон $\omega_{\text{удв}} \sim 10^9 / A^2\ сек^{-1}$, где находятся и частоты переходов между компонентами сверхтонкой структуры. Для состояний с большими моментами расщепление уже столь мало (оно пропорционально $\left(m / m_{\text{яд}} \right)^{2\Lambda}$, где Λ — величина момента в единицах $\hbar$), что не попадает даже в радиодиапазон.

Задачи и вопросы

17.1. Оценить сверхтонкое расщепление основного состояния атома водорода

17.2. Оценить частоты переходов в основном состоянии молекулы OH.

17.2. Оценить частоты переходов во вращательном спектре молекулы H_2O

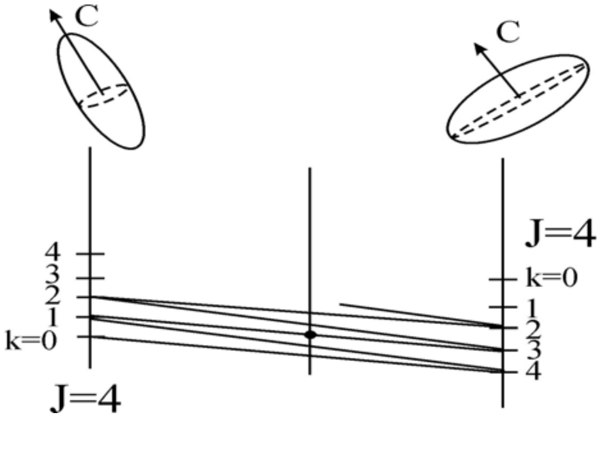


Рис.17. Схема вращательных уровней асимметричного волчка. Отмеченная точкой состояние соответствует 4_{13}, где J=4 задаёт значение квадрата вращательного момента, индекс 1 соответствует проекции момента для вытянутого, а индекс 3 – для сплюснутого симметричного волчка.

Литература: [1] т.3, 15

Лекция 18. **Квантовое кинетическое уравнение.**

Квантовое КУ может быть записано в терминах *матрицы плотности*. Это наиболее общее описание квантовых систем в настоящее время приобрело особую популярность в связи с проблемой создания квантовых компьютеров, квантовой телепортацией и другими проблемами происходящей на наших глазах информационной революции, затрагивающей и астрофизику. Использование *матрицы плотности* не только принципиально важно, т.к. применимо и в тех случаях, когда невозможно ввести волновую функцию, но чрезвычайно удобно, т.к. позволяет учесть как динамические, так и статистические свойства описываемых систем.

КУ для матрицы плотности $\hat{\rho}$ запишем в τ - приближении

$$\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial t}=\frac{1}{i\hbar}[\hat{H},\hat{\rho}]+\frac{\hat{\rho}_0-\hat{\rho}}{\tau}, \qquad (18.1)$$

где $\hat{H}$ – гамильтониан системы, τ – время релаксации, а через $\hat{\rho}$ физические средние выражаются с помощью взятия шпура от произведения операторов:

$$\overline{f}=\mathrm{Sp}\,\hat{f}\hat{\rho}\equiv\sum_{n,m}f_{nm}\rho_{mn}\,. \qquad (18.2)$$

В теории возмущений удобно использовать т.н. *представление взаимодействия*, когда часть временной зависимости, связанная с невозмущенным гамильтонианом $\widehat{H}_0$ перенесена на операторы физических величин $\widehat{f(t)}$, а часть, связанная с возмущением $\widehat{V(t)}$, сохранена в матрице плотности, КУ для которой приобретает вид:

$$\frac{\partial\widehat{\rho_{\mathrm{int}}}}{\partial t}=\frac{1}{i\hbar}[\widehat{V_{\mathrm{int}}},\widehat{\rho_{\mathrm{int}}}]+\frac{\hat{\rho}_0-\widehat{\rho_{\mathrm{int}}}}{\tau}. \qquad (18.3)$$

Матричные элементы $f_{nm}(t)=f_{nm}\cdot\exp\frac{\mathrm{i}}{\hbar}(E_n-E_m)t$, где E_n – собственные значения – уровни энергии невозмущенной системы. В отсутствие релаксации при адиабатическом включении возмущения на $-\infty$ по времени решение (18.3) находится методом последовательных приближений по возмущению:

$$\hat{\rho}(t)=\hat{\rho}_0+\frac{1}{i\hbar}\int_{-\infty}^{t}[V(t_1),\hat{\rho}(t_1)]\,dt_1+\dots. \qquad (18.4)$$

Стационарному состоянию удовлетворяет равновесное распределение

$$\widehat{\rho}_0 = e^{-\widehat{H}_0/T} / \mathrm{Sp}\, e^{-\widehat{H}_0/T} .$$

Во внешнем монохроматическом электрическом поле $\mathbf{E}$ возмущение $\widehat{V} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}$, равно $\widehat{V} = \widehat{F} e^{-i\omega t} + \widehat{F}^+ e^{i\omega t}$, где $\hat{\mathbf{d}}$ – оператор дипольного момента, а $\widehat{F} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}_0$. Решая (18.3) и вычисляя поляризацию как среднее значение дипольного момента, находим выражение для тензора диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{ik} = \delta_{ik} - 4\pi \frac{2 d_{ba}^i d_{ab}^k}{\omega_{ab} - \omega - i\nu} (\rho_a^0 - \rho_b^0) , \qquad (18.5)$$

где $\rho_a^0 - \rho_b^0 \equiv \rho_{aa}^0 - \rho_{bb}^0$ – разность населенностей на уровнях с энергиями E_a и E_b, $\omega_{ab} = (E_a - E_b)/\hbar$ – боровская частота перехода, $\nu = 1/\tau$. Выражение (18.5) записано для двухуровневой системы, обобщения очевидны.

Задачи и вопросы

18.1. Выражению (18.5) соответствует *лоренцова* форма линии. Показать, что учет максвелловского распределения по скоростям приводит к *гауссовой* форме, а одновременный учет обоих – к сложной *фойгтовской* форме.

18.2. Формула (18.5) применима к любому стационарному состоянию. Показать, что системе с *инверсной* населенностью уровней отвечает не поглощение, а усиление электромагнитного поля.

18.2. При больших интенсивностях резонансного электромагнитного поля возникает дополнительное уширение: $|\mathbf{dE}|/\hbar$, благодаря которому с ростом поля коэффициент поглощения убывает, а поглощаемая мощность выходит на *насыщение*. Показать, что населенности уровней при этом выравниваются.

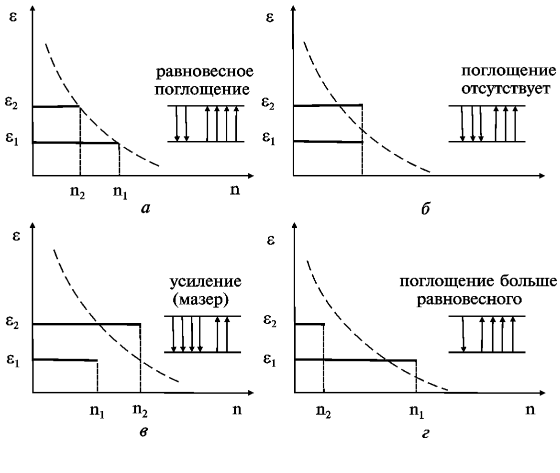


Рис.18. Вынужденные переходы и поглощение излучения в равновесных и неравновесных системах. Пунктирная линия соответствует равновесному распределению частиц по уровням энергии: *а* — равновесие; *б* — $n_2 = n_1$ — насыщение (см.18.2); в — $n_2 > n_1$ — инверсия (л19); *г* — переохлаждение.

Литература: [1]т.10

Лекция 19. **Мазерное излучение в космосе.**

Наряду с линиями поглощения и излучения OH на 18 см, в общем имевшими ту же структуру, что и линии атомарного водорода на λ=21 см, в ряде объектов в 1965 г. были обнаружены эмиссионные линии OH с совершенно необычными свойствами. Вначале их пытались даже приписать неизвестной межзвездной молекуле («мистериуму»). Линии были чрезвычайно узкими и яркими, переменными, изменяющимися от источника к источнику, что свидетельствовало о режиме мазерного усиления (рис. 19.2). Мазерное усиление впоследствии было открыто еще у ряда молекул в космосе. Мазерный эффект на линиях воды оказался еще более сильным, чем у гидроксила. Для возникновения усиления вместо поглощения должна существовать *инверсия* (см. 18.2) в населенности уровней мазерного перехода (рис. 19.1), которая обеспечивается радиационной или столкновительной *накачкой*. Наиболее изученный H_2O-мазерный переход возникает на частоте 22,235 Ггц (при наблюдении — с дополнительным сдвигом за счет эффекта Допплера). Переход этот, обозначаемый $6_{16} - 5_{23}$, соответствует изменению состояния вращения молекулы, которое может отвечать только целым значениям вращательного момента и его проекций в единицах постоянной Планка $\hbar$. При переходах момент и его проекции могут либо не изменяться, либо изменяться только на 1. По отношению к вращению молекулы воды ведут себя как асимметричные волчки. У таких волчков нет одной выделенной оси. Из-за этого их вращательное состояние при заданном полном моменте J приходится задавать двумя числами ($_1$ и $_6$ для состояния с моментом 6; $_2$ и $_3$ для состояния с моментом 5 в случае рассматриваемого перехода), характеризующими проекции полного момента. Молекулы воды, скатываясь по лесенке подуровней при постоянном значении момента (самые быстрые переходы) на нижний подуровень (соответствующий индексам $_{1,6}$ при J = 6), накапливаются на нем. Напротив, ближайший по энергии подуровень 5_{23}, лежащий под ним, принадлежит уже моменту J = 5 и не является самым нижним на лесенке подуровней с таким моментом. Поэтому этот уровень все время опустошается, так как молекулы воды быстро «сваливаются» на свой самый нижний подуровень.

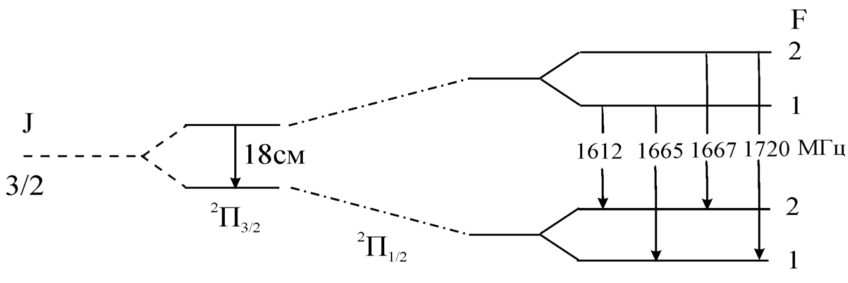
В результате, даже при неизбирательной, например инфракрасной или ударной «накачке» каскад переходов, возвращающих молекулу H_2O в состояние с наименьшей энергией, создает на переходе $6_{16} \rightarrow 5_{23}$ инверсию населенностей, приводящую к *мазерному* эффекту.

Мазерное излучение OH и H_2O обычно идет из плотных внутренних оболочек размером в несколько астрономических единиц, окружающих центральное ядро протозвезды. В то же время, OH-мазеры на 1720 Мгц, открытые Д. Фрайлом, В. Госсом и В.Слышем в 1994 г. методами РСДБ, в отличие от мазеров на главных переходах OH, не появляются в компании водяных мазеров и соответствует другой физической картине. Эти мазеры лежат в области взаимодействия остатка сверхновой с молекулярным облаком и возбуждаются ударной волной. Большинство из 30 таких мазеров, обнаруженных в Галактике, открыты в направлении на ее Центр. Мощное мазерное излучение наблюдается также в некоторых ядрах активных галактик – т.н. *мегамазеры*.

Задачи и вопросы

19.1. Перечислить молекулы, на которых реализуются космические мазеры.

19.2. Объяснить разницу между ненасыщенным (отрицательный коэффициент поглощения в уравнении переноса) и насыщенным (коэффициент поглощения равен нулю за счёт эффекта насыщения) мазерами.



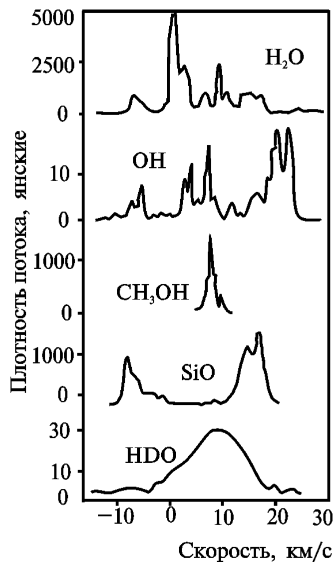


Рис.19.1. (*слева*) Мазерные переходы в молекуле гидроксила OH. Самый высоко-частотный переход соответствует столкновительной накачке, а остальные – излучательной.

Рис. 19.2. (*справа*) Излучение космических мазеров из туманности Ориона и немазерная линия изотопа воды. (По Д.М. Морану) *Литература*: [1]т.3, 15, 5

Лекция 20. **Типы галактик. Классификация Хаббла**

Видимое вещество Вселенной в основном сосредоточено в звездах, которые распределены неравномерно между звездными «островами» – галактиками. Массы и, соответственно, размеры галактик существенно различны – от карликовых галактик с массами порядка масс шаровых звездных скоплений ($10^6 \div 10^7 M_\odot$) до гигантских галактик в центрах скоплений с массой порядка $10^{13} M_\odot$. Масса нашей Галактики – Млечного Пути около $10^{11} M_\odot$, а видимый размер около 30 кпк. Галактики различаются по своей форме. На основании многолетних наблюдений пионер и создатель внегалактической астрономии Эдвин Хаббл ввел классификацию, которая сохранила свое значение до наших дней. Типы галактик изображены в виде камертона или вилки, ручку которой составляют эллиптические галактики, разделяющиеся по степени вытянутости на 7 подклассов. Замыкают их ряд линзовидные галактики. Далее идут спиральные галактики, обладающие диском, связанным с вращением. На одной ножке камертона обычные, а на другой *пересеченные* спирали, у которых спиральные ветви отходят от вытянутого *бара*. В основе этой морфологической классификации несомненно лежит комбинация сохраняющихся величин: массы и момента количества движения. Галактики образуются из флуктуаций плотности в результате развития джинсовой неустойчивости (л2). Они представляют собой гравитационно-связанные объекты, отделяющиеся в процессе эволюции от общего расширения Вселенной. Существенную роль в их эволюции играют слияния. В процессе слияний массивные галактики образуются из менее массивных, а в результате погашения момента из спиралей образуются эллиптические галактики. Значительную, а возможно, преобладающую часть массы галактик составляет несветящаяся *темная материя* (л34). В частности, об этом свидетельствуют *кривые вращения* (рис.20.2), указывающие на наличие массы вне пределов светящегося вещества. Исследования галактик в глубоких и сверхглубоких полях Хаббла показали отличия от хаббловской классификации при красных смещениях порядка и больше единицы. Благодаря изменению цвета галактик за счет красного смещения эффективным оказался поиск далеких галактик с помощью многоцветной фотометрии. Оказалось, что при $z = 6$ резко убывает число галактик, так что можно считать этот момент эпохой рождения галактик. Самые далекие галактики обнаружены при $z \approx 7$. Население галактик содержит старые звезды в шаровых скоплениях, образующих сфероидальную подсистему, и молодые массивные звезды в дисках. Эти звезды образуются из газа в области спиральной ударной волны. При слияниях образуются новые молодые шаровые скопления, по которым можно пытаться изучать историю слияний. Взаимодействие галактик приводит к активности. Возникают яркие и сверх яркие инфракрасные галактики с морфологией, отражающей наличие взаимодействий и слияний. Падение вещества на центр вызывает активность ядра (л22, 23), возникают радиогалактики и квазары.

Вопросы и задачи.

20.1. Перечислить типы галактик в Местном Скоплении.

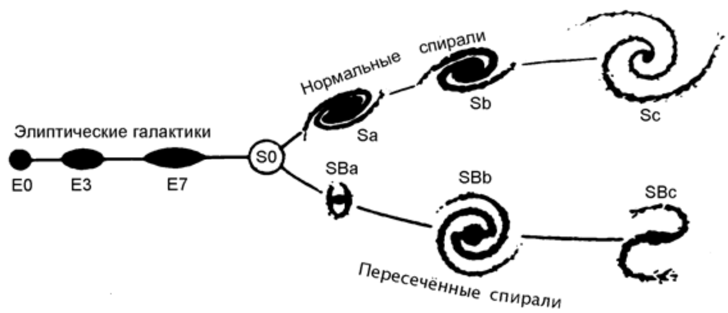


Рис.20.1 Типы Галактик («камертон» Э. Хаббла). Классификация справедлива вплоть до $z \le 0.5$, при $z \ge 1$ появляются иные морфологические типы, возрастает число взаимодействующих галактик, видны следы происходящей эволюции.

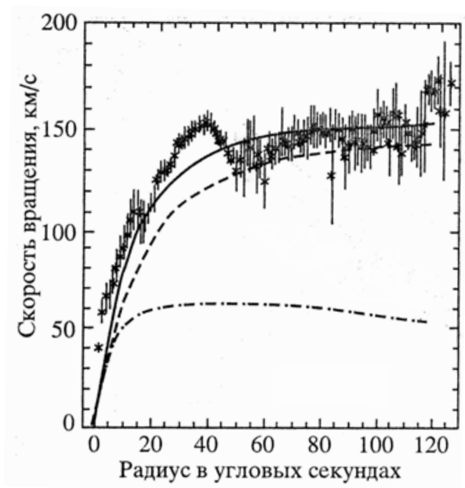


Рис.20.2. Кривая вращения галактики NGC 4254. Точки с вертикальными отрезками – наблюдательные данные, сплошная кривая – наилучшая аппроксимация данных, пунктир – вклад гало, штрих-пунктир – вклад звёздного диска.

Литература: [2]

Лекция 21. **Центр Галактики**

Центр Галактики (ЦГ) расположен в созвездии Стрельца приблизительно в 8.5*кпк* от Солнца. Наблюдения центра Галактики в оптическом и ультрафиолетовом диапазонах, где сосредоточено основное излучение звёзд, невозможно из-за сильного поглощения межзвёздной пылью. Поэтому центр Галактики исследуется в основном в радио- и инфракрасном диапазонах, а последнее время активно используются также рентгеновский и гамма- диапазоны. Ещё в 1971 году в работе Д.Линден-Белла и М.Риса было высказано предположение о том, что в ЦГ, также как и в АЯГ и квазарах, находится сверхмассивная чёрная дыра. И действительно, наблюдения в радиодиапазоне обнаружили нетепловой источник излучения *Sgr A**, который расположен в динамическом ЦГ. Основным механизмом, ответственным за излучение *SgrA** является аккреция вещества на сверхмассивную чёрную дыру массой $3.7\cdot 10^{6} M_{\odot}$. Оценить массу ЧД удалось, благодаря исследованию движения звёзд в центре Галактики в ИК-диапазоне (рис.21.1). Например, наблюдения одной из близких к центру звёзд (S0-2) позволили вычислить период её обращения по эллиптической орбите вокруг центрального объекта T_{S2}=15.2 лет и орбитальную скорость, величина которой оказалось достаточно высокой $\approx 5\,000$ *км/с*. Устойчивая эллиптическая орбита свидетельствует в пользу того, что центральный объект является ЧД.

Центр Галактики имеет достаточно сложную структуру. Наблюдения в радиодиапазоне в линии нейтрального водорода показали, что до расстояний, порядка 4.5кпк простираются два расширяющихся спиральных рукава, где сосредоточен газ массой около $10^{6} M_{\odot}$. Рукава соединяются с центральным звёздным скоплением массой $10^{10} M_{\odot}$, имеющее форму эллипсоида вращения (большая полуось порядка 1.4кпк в плоскости Галактики) с круто растущей концентрацией звёзд к центру. Это единое эллиптическое ядро, видимое в ИК-диапазоне, напоминает аналогичные области в спиральных галактиках типа *Sd* или *Sbc*. Следующим в иерархии ЦГ идёт вращающийся газовый диск, состоящий в основном из молекулярного водорода с радиусом $\approx$ 700пк и массой

$\sim 10^8 M_{\odot}$, а на радиусе 350пк находится внешняя граница области возникновения молодых звёзд. Ближе к центру находится вращающееся и расширяющееся кольцо молекулярного водорода радиусом ≈ 190пк и массой $\sim 10^7 M_{\odot}$. Газ в кольце сосредоточен в гигантских газопылевых облаках. Самым крупнейшим облаком, где идут процессы звёздообразования, является комплекс $SgrB2$. Здесь наблюдаются радиолинии почти всех видов молекул, встречающихся в космосе. Он находится на расстоянии 120пк от центра, его диаметр ≈ 30пк и масса $\sim 10^6 M_{\odot}$. По наблюдениям в ИК-диапазоне удалось обнаружить малое эллиптическое звёздное ядро размером 15-30пк. Из анализа спектра следовало, что в нём преобладают красные гиганты и звёзды поздних спектральных классов. В масштабах 3пк наблюдается оболочка сверхновой $SgrA(East)$, район высокого темпа звёздообразования $SgrA(West)$, который является также источником синхротронного излучения, и ядерная спиральная структура, состоящая из трёх рукавов ионизованного газа. Имеются многочисленные структуры, свидетельствующие о наличии регулярных магнитных полей. Наблюдаются нестационарные явления: появление аннигиляционной линии 511 кэВ, радио- и ренгеновских субпарсековых выбросов и т.д.

Вопросы и задачи.

21.1.

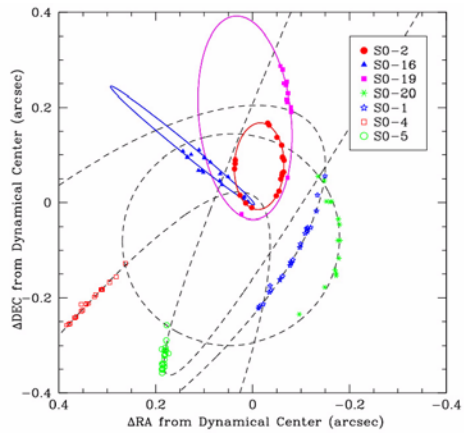


Рис.20. Орбиты звёзд в ЦГ, полученные с помощью 10-метрового телескопа Keck1 [c].

Литература: [16]

Лекция 22. **Активные ядра галактик. Радиогалактики и квазары.**

Активные ядра галактик (АЯГ) характеризуются большой яркостью и нетепловым спектром излучения. Основными структурными элементами АЯГ являются аккреционный диск вокруг сверхмассивной чёрной дыры, джеты, размеры которых могут достигать мегапарсеков, затеняющие торы. Галактики с АЯГ подразделяют в порядке возрастания мощности излучения на *сейфертовские галактики, радиогалактики, лацертиды* и *квазары*. Сейфертовские ядра находятся в спиральных галактиках и излучают почти во всём диапазоне длин волн с величинами светимости от $10^{38}\,эрг/с$. Их подразделяют на Sy1, в спектрах которых наблюдаются как *узкие* (10^3 км/с) так и *широкие* (10^4 км/с) эмиссионные линии, и Sy2, где широкие эмиссионные линии отсутствуют. Область формирования узких линий находится на существенно бóльших расстояниях от ядра, чем широких. Широкие линии подвержены флуктуациям интенсивности, коррелирующим со сплошным спектром центрального источника. *Радиогалактики* характеризуются высокой светимостью в радиодиапазоне, наличием джетов и протяженных компонент (lobes) (л23). *Квазары* характеризуются наиболее мощным излучением (до 10^{47}эрг/с) и большими значениями красного смещения (до z=6 с максимумом на z=2.5). М. Шмидт первый отождествил необычные эмиссионные линии в оптическом объекте, соответствовавшем дискретному радиоисточнику 3С273, с линиями водорода, смещёнными в красную область спектра, что явилось доказательством его внегалактической природы и открытием квазаров. *Лацертиды* или *блазары* (типичный представитель – переменный источник *BL Lac*), характеризуются плоским спектром во всём диапазоне и значительными изменениями светимости в интервале времени несколько суток или часов. Основным источником энергии в АЯГ является аккреция вещества на сверхмассивные чёрные дыры, масса которых может достигать $10^9 M_\odot$. Верхняя граница светимости АЯГ определяется *эддингтоновским пределом*, который является следствием равенства давления излучения и гравитационной силы, действующей со стороны чёрной дыры:

$$L_{Edd} = \frac{4\pi G M m_p c}{\sigma_T} \approx 10^{38}\left(\frac{M}{M_\odot}\right) эрг/с, \quad (22.1)$$

M – масса центрального объекта, m_p – масса протона, σ_T – томсоновское сечение рассеяния. По эддингтоновскому пределу грубо оценивается масса ЧД. В рамках *Унифицированной Схемы* различные свойства АЯГ объясняются наличием непрозрачного газопылевого тора, окружающего ядро (рис.22.1). В зависимости от ориентации тора по отношению к наблюдателю центральная машина либо затеняется тором (Sy2, радиогалактики), либо видна наблюдателю (Sy1, квазары). Если луч зрения совпадает с джетом − наблюдаются блазары. Для АЯГ характерен степенной спектр в радиодиапазоне, связанный с синхротронным излучением (л6) релятивистских электронов в магнитных полях и степенной рентгеновский спектр, связанный с обратным комптоновским рассеянием (л8). Наблюдается также горб в ультрафиолете и мягком рентгеновском диапазоне, который связывают с излучением аккреционного диска.

Вопросы и задачи.

22.1. Показать, что при рассеянии электромагнитных волн должна возникать линейная поляризация. С наблюдением Антонуччи и Миллером в поляризованном свете широких линий в Sy2 связана идея затеняющего тора.

22.2.Привести примеры связи активности ядер со взаимодействием галактик.

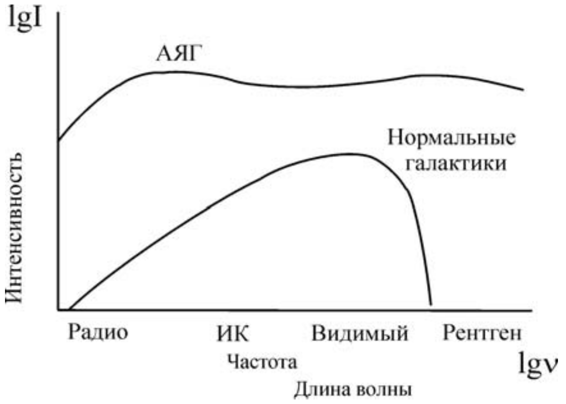


Рис.22.1 Спектр АЯГ и обычной галактики. Видно отличие спектра АЯГ от теплового спектра нормальной галактики.

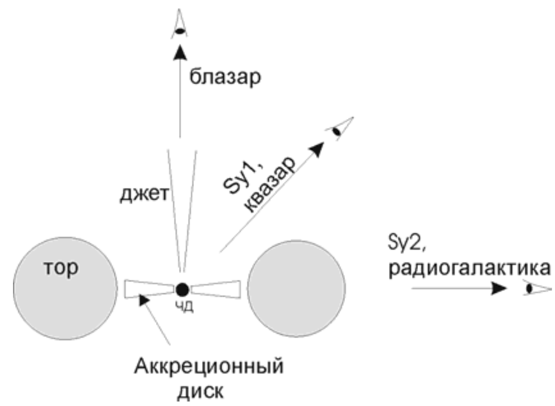


Рис.22.2 Унифицированная схема АЯГ. Области формирования широких (1) и узких (2) эмиссионных линий.

Литература:[17],[18]

Лекция 23. **Джеты АЯГ. Аккреция.**

Джеты – это протяжённые коллимированные (угол раскрытия несколько градусов) выбросы, которые переносят массу, момент, энергию и магнитный поток из центральной области АЯГ на периферию. Джеты наблюдаются в астрофизических объектах различной природы от активных ядер галактик до молодых звёздных объектов (МЗО) и микроквазаров. В основном джеты АЯГ излучают в радиодиапазоне. Радиоизлучение джетов связано с синхротронным механизмом. Наблюдения с высоким разрешением позволило обнаружить рентгеновское излучение джетов (список Харриса []), связанное или с синхротронным механизмом при наличии сильных магнитных полей, или с обратным комптоновским рассеянием релятивистских электронов на низкочастотных фотонах. У ряда источников джеты обнаруживаются также в оптическом диапазоне (например, 3C273, M87). В радиогалактиках наблюдается существенное различие формы килопарсековых джетов, что разделяет эти источники по классификации Фанарофф-Райли на два типа: более мощные, яркие к краю *FR*2 (Cyg A) и *FR*1, в которых радиояркость усиливается при приближении к оптической галактике (M87). Источники типа *FR*2 характеризуется наличием двойной структуры джет-контрджет и "горячими пятнами" на периферии. Течение вещества в джете регулируется магнитным полем и давлением внешней среды. На парсековых масштабах в АЯГ наблюдаются нестационарные "сверхсветовые" выбросы, причиной которых являются ультрарелятивистские скорости и малый угол между джетом и лучом зрения. Аналогичные выбросы звёздных масштабов наблюдаются в микроквазарах (л27). Во многих джетах существуют области уярчения (узлы) радио-, оптического и рентгеновского излучения. Эти области связаны с наличием ударных волн, на которых происходит ускорение электронов (л16). В отличие от джетов АЯГ, джеты молодых звёздных объектов являются нерелятивистскими – скорости $\sim 10^{-3}c$, их масштабы порядка парсека и излучают они в линиях, что позволяет из наблюдений определить их основные физические параметры. В МЗО, подобно АЯГ, наблюдается узельная структура (объекты Хербика-Аро), где основное излучения происходит в молекулах, возбуждённых на ударных волнах. Существование джетов неразрывно связано с аккрецией – процессом падения окружающего вещества на центральный объ-ект. Наличие джетов способствует аккреции, отводя угловой момент, и в то же время джеты сами являются порождением процесса аккреции, возникая за счёт неустойчивости в аккреционном диске (Лавлейс, Бисноватый-Коган и Рузмай-кин, Линден-Белл). При малом удельном моменте импульса падающего веще-ства возможна сферически-симетричная аккреция. Эффективность определяет-ся темпом аккреции *dM*/*dt*. Так, для околозвуковой сферической аккреции Бонди $\dot{M} = 4\pi\lambda\rho_\infty a_\infty (GM/a_\infty^2)^2$, где ρ_∞ - плотность и a_∞ - удельная внутренняя энергия, пропорцианальная скорости звука на бесконечности, λ зависит от от-ношения удельных теплоёмкостей $\gamma=c_p/c_v$. Однако существенно более эффек-тивной является дисковая аккреция Н.Шакуры и Р.Сюняева. Эффективность преобразования кинетической энергии в излучение при дисковой аккреции ве-щества на чёрную дыру почти на порядок выше ядерного синтеза. Этим и объ-ясняется высокое энерговыделение в АЯГ. В механизме Блендфорда-Знаека джеты возникают непосредственно в окрестности горизонта вращающейся ЧД при наличии сильного магнитного поля. При этом за счёт вращения возникает электрическое поле, направленное вдоль магнитного, в котором ускоряются за-ряженные частицы.

Вопросы и задачи.

23.1.Пояснить физический смысл сверхсветовых скоростей компонент парсеко-вых джетов.

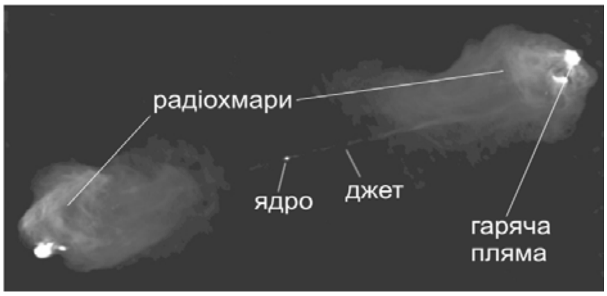


Рис.23.1. VLA изображение источника FR2 Лебедь А.

Рис. 23.2. Изображение M87 на 90см.

Литература: [17]

Лекция 24. **Общая теория относительности: основные формулы**

При формулировке общей теории относительности (ОТО) использован принцип эквивалентности, согласно которому в гравитационном поле все тела движутся одинаково вне зависимости от их масс. Это приводит к глубокой аналогии между гравитационным полем и силами инерции, что позволило Эйнштейну сформулировать общековариантную теорию гравитации. В ОТО наличие масс и их движение описывается геометрией искривлённого пространства-времени, расстояние между событиями в котором задаётся интервалом ds, квадрат которого (аналог теоремы Пифагора в искривлённом пространстве) имеет вид

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k \quad . \qquad (24.1)$$

Здесь g_{ik} - *метрический тензор*, компоненты которого являются функциями временной и пространственных координат. В локальной инерциальной (*галилеевой*) системе отсчёта $g_{00} = 1$, $g_{\alpha\beta} = -1$ при $\alpha = \beta$ и $g_{\alpha\beta} = 0$ при $\alpha \neq \beta$ (греческие индексы $\alpha = 1,2,3$, а латинские $i = 0,..,3$; по немым индексам – суммирование). В искривлённом пространстве-времени изменяется правило дифференцирования. *Ковариантное дифференцирование* вектора учитывает параллельный перенос в близкую точку и имеет вид для ко- и контравариантных векторов A_i и A^i:

$$A_{i;k} = \frac{\partial A_i}{\partial x^k} - \Gamma^l_{ik} A_l \ , \quad A^i_{;k} = \frac{\partial A^i}{\partial x^k} + \Gamma^i_{lk} A^l \ , \qquad (24.2)$$

где *символы Кристоффеля* выражается через производные от g_{ik}:

$$\Gamma^i_{kl} = \frac{1}{2} g^{im} \left[\frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right]. \qquad (24.3)$$

Мерой искривлённости пространства-времени является *тензор кривизны*:

$$R^i_{klm} = \frac{\partial \Gamma^i_{km}}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma^i_{kl}}{\partial x^m} + \Gamma^i_{nl}\Gamma^n_{km} - \Gamma^i_{nm}\Gamma^n_{kl} \, . \qquad (24.4)$$

Из него следует тензор Риччи $R_{km} = R^l_{klm}$ и скалярная кривизна $R = g^{km} R_{km}$.

Уравнение Эйнштейна связывает метрические свойства пространства-времени со свойствами материи, которая является источником гравитационного поля:

$$R_{ik}-\frac{1}{2}g_{ik}R=\kappa T_{ik},\qquad \kappa=\frac{8\pi G}{c^4},\tag{24.5}$$

где T_{ik} - тензор энергии-импульса, описывающий распределение и движение материи. Константа κ в уравнениях Эйнштейна находится предельным переходом к нерелятивистскому случаю c→∞ (закону Ньютона).

Вопросы и задачи.

24.1.Показать, что ковариантное дифференцирование некоммутативно:
$A^i_{;k;l}-A^i_{;l;k}=-A^m R^i_{lkm}$.

24.2. Показать, что изменение вектора за счёт параллельного переноса по замкнутому контуру $\triangle A_i=R^l_{ikm}A_l\triangle f^{km}/2$ выражается через тензор кривизны и ориентированную площадь $\triangle f^{km}$, ограниченную контуром (см. рис. 24).

24.3. Перейти от уравнения Эйнштейна (22.5) к уравнению $R^i_k=\dfrac{8\pi G}{c^4}\left(T^i_k-\dfrac{1}{2}\delta^i_k T\right)$, где T – след тензора T^i_k, а δ^i_k – символ Кронекера.

24.4. Получить выражение $T_{ik}=(\varepsilon+p)u_iu_k-pg_{ik}$ для тензора энергии импульса в идеальной жидкости.

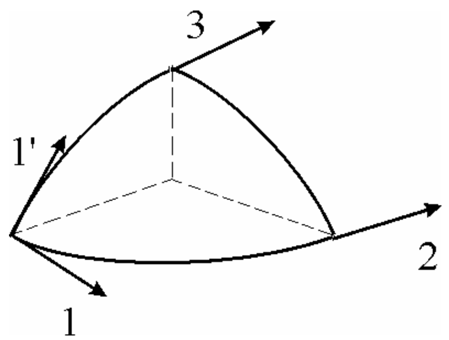


Рис.24. Параллельный перенос вектора по замкнутому контуру 1→2→3→1′ в искривлённом пространстве выражается через тензор кривизны Римана.

Литература: [1] т.2, 19, 20

Лекция 25. **Наблюдаемые эффекты ОТО.**

Движение частицы в гравитационном поле в ОТО описывается *уравнением геодезической*

$$\frac{d^2x^i}{ds^2}+\Gamma^i_{kl}\frac{dx^k}{ds}\frac{dx^l}{ds}=0. \qquad (25.1)$$

Движение по инерции теперь происходит не по прямой (ньютоновское приближение), а по некоторой траектории, определяемой (25.1). Для движения массы m вокруг точечной массы M уравнение орбиты $\varphi(r)$ в полярных координатах выражается в виде эллиптического интеграла, описывающего незамкнутую траекторию (E - энергия, I - момент):

$$\varphi(r)=\int^r\frac{Idr}{r^2\sqrt{\dfrac{E^2}{c^2}-\left(m^2c^2+\dfrac{I^2}{r^2}\right)\left(1-\dfrac{r_g}{r}\right)}}, \qquad r_g=\frac{2GM}{c^2}. \qquad (25.2)$$

С учётом эффектов порядка $(v/c)^2$ траектория может быть аппроксимирована эллипсом, поворачивающимся за один оборот на угол $3\pi r_g/p$, где p – фокальный параметр. Это объяснило наблюдаемую величину векового *смещение перигелия Меркурия*. Второй наблюдаемый эффект ОТО – *отклонение луча света* вблизи притягивающей массы. Интервал для света $ds^2=0$ и в центрально-симметричном поле угол отклонения света $\alpha=2r_g/r$. Вблизи Солнца эта величина равна 1.75". Отклонения луча света от звезды вблизи Солнца возможно наблюдать при полном солнечном затмении, фиксируя положение звезды вблизи диска Солнца и сравнивая его с положением звезды в другой момент времени. Этот эффект был предсказан Эйнштейном в 1916 году, и подтверждён в наблюдениях, проведенными британской экспедицией А.Эддингтона в период полного солнечного затмения 29 мая 1919 года. Наблюдения в радиодиапазоне при прохождении квазаров вблизи Солнца также подтверждают предсказание ОТО в пределах погрешности 0.1-0.2%. Отклонение луча света вблизи притягивающей массы является основой метода гравитационного линзирования. Этот метод широко используется в астрофизике при исследовании центральных областей квазаров. В настоящее время эффекты слабого линзирования и микролинзирования позволяют делать выводы о распределении тёмной материи в галактиках и скоплениях галактик.

Третий наблюдаемый эффект ОТО − *гравитационное красное смещение*. Этот эффект является следствием замедления времени в ОТО и связан с разностью хода часов в точке передачи и приёма сигнала. В рассматриваемом приближении функция Лагранжа $L = -mc^2 + mV^2/2 - m\Phi$ приводит к действию $S = \int L dt = -mc \int ds$ и, соответственно, к $g_{00} = 1 + 2\Phi/c^2$, определяющим собственное время $d\tau = \sqrt{g_{00}} dx^0/c$. Величина смещения частоты с точностью $(v/c)^2$ определяется разностью $\Delta\Phi = \Phi_0 - \Phi_1$ гравитационных потенциалов в точках излучения и приёма:

$$\nu_1 = \nu_0 \left(1 - \Delta\Phi/c^2\right) . \qquad (25.3)$$

Гравитационное красное смещение существенно вблизи белых карликов, нейтронных звёзд и чёрных дыр.

Вопросы и задачи.

25.1. Какие эффекты ОТО были подтверждены в наземных экспериментах?

25.2. Какие эффекты ОТО были подтверждены в космических экспериментах?

25.3. Какие эффекты ОТО были обнаружены по наблюдениям пульсаров?

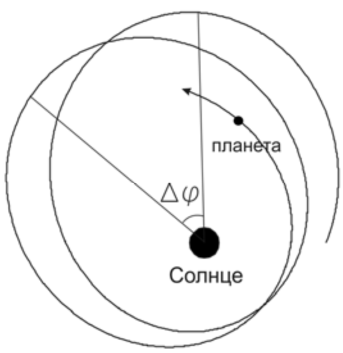


Рис.25.1. Схема смещения перигелия планеты за счёт эффектов ОТО.

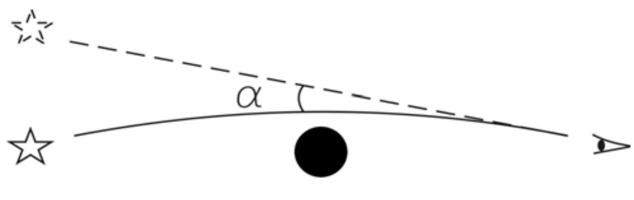


Рис.25.2. Отклонение луча света гравитирующей массой.

Литература: [1] т.2, 19

Лекция 26. **Чёрные дыры в ОТО**.

Для сферически симметричного гравитационного поля, создаваемого точечной массой *M,* решение уравнений Эйнштейна было найдено в 1916 г. К. Шварцшильдом. Метрика эта имеет вид (при $r > r_g$)

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}} - r^2 \left(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\varphi^2\right). \qquad (26.1)$$

Сфера радиуса $r_g = 2GM / c^2$ называется горизонтом событий. Никакая информация не может быть получена внешним наблюдателем о процессах, происходящих внутри горизонта. Множитель при cdt описывает замедление хода часов для внешнего наблюдателя с приближением к горизонту. Этому соответствует гравитационное красное смещение $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - r_g / r}$ ($r > r_g$). Множитель при последнем слагаемом описывает искривление пространства. Вблизи от поверхности горизонта черной дыры искривление лучей света, движущихся по геодезическим – кратчайшим расстояниям между точками, близко к скорости света. Лучи многократно обходят поверхность дыры, в конце концов в ней исчезая. В непосредственной близости от черной дыры уже нет устойчивых орбит: последняя устойчивая орбита находится на $r = 3r_g$. На самой поверхности горизонта сила тяжести, действующая на любое покоящееся тело, бесконечно велика. Поэтому все тела падают, делая то или иное количество витков, на центр притяжения, где имеется сингулярность — особенность пространства–времени. На поверхности горизонта нет физических особенностей, но становится невозможной стационарная система отсчета. Внутри поверхности горизонта существует только нестационарная метрика, которую можно связать с падающим лифтом.

При коллапсе звезда уходит под свою поверхность горизонта (рис. 28.1). При этом для внешнего наблюдателя теряется почти вся информация о ней. При коллапсе (В.Гинзбург и Л.Озерной) от звезды «отрывается» ее магнитное поле. Кроме массы *M*, гравитационное поле черной дыры может зависеть лишь от ее момента *I* (и электрического заряда). «Черные дыры не имеют волос»—

Дж. Уилер. Вращение уменьшает горизонт (так как центробежная сила препятствует силе тяжести). «Радиус» горизонта, согласно решению уравнений Эйнштейна для вращающейся ЧД, полученному Керром, равен $R_g = \frac{1}{2}\left(r_g + \sqrt{r_g^2 - 4a^2}\right)$ ($r_g > 2a$), где $a = I / Mc$ — момент вращения в единицах длины. У керровской черной дыры есть еще одна (бóльшая) поверхность — эргосфера (рис.26.2) с «радиусом» $R_e = \frac{1}{2}\left(r_g + \sqrt{r_g^2 - 4a^2}\cos^2\Theta\right)$. Внутри этой поверхности невозможна статическая система отсчета, но некоторые тела могут выйти из-под нее во внешнюю среду. При этом возможен процесс Пенроуза, при котором от ЧД отбирается та часть ее энергии, которая связана с вращением. Керровская ЧД способна усиливать падающее на нее излучение и ускорять частицы.

Вопросы и задачи.

26.1.Получить метрику Шварцшильда (26.1) из уравнения Эйнштейна в пустом пространстве (вне притягивающей массы) $R_{km} = 0$. Метрику удобно искать в виде $ds^2 = e^{\nu}c^2dt^2 - e^{\lambda}dr^2 - r^2\left(d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\varphi^2\right)$, где $\nu = \nu(t,r)$, $\lambda = \lambda(t,r)$.

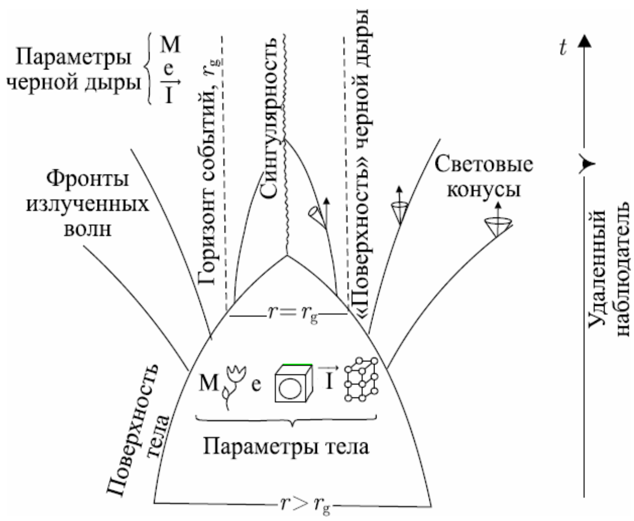


Рис.26.1 Гравитационный коллапс.

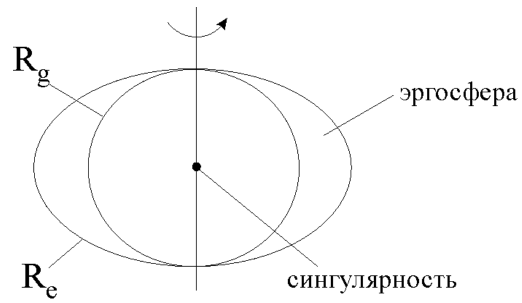


Рис.26.2 Схема вращающейся чёрной дыры Керра.

Литература:[9]ч.2,[21],[22]

Лекция 27. **Чёрные дыры в астрофизике**

После открытия нейтронных звезд – пульсаров – начались активные поиски ЧД и исследования их физических свойств. Замечательный результат связан с термодинамикой ЧД. Как показали Д. Бекенштейн и С. Хокинг, во всех процессах с участием ЧД ее площадь (площадь поверхности горизонта) может только расти, подобно энтропии. Оказалось, что можно ввести и температуру ЧД, в отсутствие вращения определяемую только ее массой. Эта температура определяет планковское равновесное излучение, такое, что максимум его теплового распределения приходится на длину волны, равную гравитационному радиусу, т. е, в обратных сантиметрах $T_g = r_g^{-1}$. Температура ЧД обратно пропорциональна ее массе: $T_g = 10^{-6} \cdot M_{\odot} / M$ К. За счет излучения она теряет массу, и в соответствии с этим температура ее повышается. Вследствие этого растет излучение, по закону Стефана−Больцмана пропорциональное четвертой степени температуры, и, соответственно, растёт потеря массы. Для легких ЧД этот процесс неудержимо самоускоряется и заканчивается взрывом: полным испарением ЧД. Процесс испарения не существен для дыр с массой $M > 10^{16}$ г, так как при этом время испарения больше хаббловского — времени существования Вселенной.

Однако и стабильные ЧД очень активны, благодаря своему мощному гравитационному полю. Межзвездный газ, падая на дыру, разогревается, создавая вокруг нее светящийся ореол. Но особенно интересные явления происходят в тесных двойных системах, встречающихся довольно часто. Если один из компонентов двойной системы является компактным объектом (нейтронная звезда или черная дыра), то мощный газовый поток на него со стороны звездного компаньона приводит к образованию быстро вращающегося диска (*аккреция*), в котором вещество, прежде чем упасть на притягивающую его звезду, разогревается до высоких температур. Этот разогрев приводит к характерному и интенсивному рентгеновскому излучению. Кандидаты в звездные ЧД находятся среди рентгеновских источников в двойных системах. В то же время, *сверхмассивные ЧД*, по-видимому, ответственны за активность галактик и квазаров. Их звездными аналогами могут служить *микроквазары*. Они представляют собой двойные системы, в которых один из компаньонов является компактным релятивистским объектом (нейтронной звёздой или чёрной дырой). Активность связана с перетеканием вещества с обычной звезды на компактный объект. В случае микроквазаров целый ряд явлений, связанных с механизмами активности, наблюдаются в реальном времени, в отличие от ядер галактик и квазаров. В то же время появление релятивистских компонент джетов доступны наблюдениям как в случае микроквазаров, так и в случае АЯГ. Существенно, что аккреция на чёрную дыру отличается от аккреции на нейтронную звезду. В последнем случае аккреционный поток, попадая на поверхность звёзды, разогревает её, образуя горячее пятно, которое служит источником рентгеновского излучения. Вращение звезды приводит в этом случае к возникновению *рентгеновских пульсаров*.

Вопросы и задачи.

27.1. Используя соотношения $E = \hbar\omega = hc/\lambda$ выразить энергию и температуру в обратных сантиметрах.

27.2. Сравнить эффективность дисковой аккреции для белого карлика (10^{-4}), нейтронной звезды, чёрной дыры(10^{-1}) и ядерных реакций (10^{-2}).

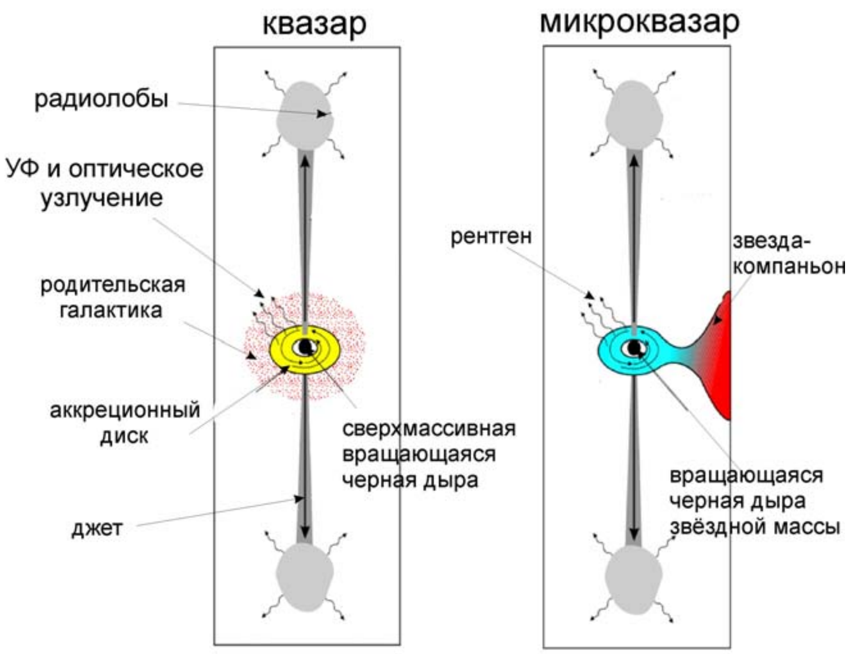


Рис.27. Схема перетекания вещества и активности квазаров и микроквазаров. Пространственные масштабы квазаров в миллионы раз превосходят масштабы микроквазаров [Мирабель].

Литература: [23],[24]

Лекция 28. **Решение Фридмана-Леметра. Стадии эволюции Вселенной.**

Однородный изотропный мир описывается нестационарной *метрикой Фридмана-Робертсона-Уокера*

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - k \cdot r^2 / a^2} - r^2 \cdot (\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2)\,, (25.1)$$

где $a(t)$ – масштабный фактор, который описывает эволюцию мира, k=0, ±1 в зависимости от кривизны пространства. Уравнение Эйнштейна (22.5) с учётом (25.1) приводит к системе:

$$(a'/a)^2 = 8\pi G\varepsilon/3c^2 - kc^2/a^2\,, \qquad \text{a)} \qquad (25.2)$$

$$a''/a^2 = -4\pi G(\varepsilon + 3p)/3c^2 \qquad \text{b)}$$

где штрих – производная по времени, а связь между плотностью энергии ε и масштабным фактором получаем из первого начала термодинамики при постоянной энтропии $d\varepsilon/(\varepsilon + p) = -3 \cdot da/a$. Замыкает систему уравнение состояния $p = w \cdot \varepsilon$: w=0 для пыли, w=1/3 для излучения. Решение *Фридмана-Леметра* системы (25.2) для случая плоского пространства k=0 при w=1/3 и 0 описывают *стадию излучения* ($a \propto t^{1/2}, \varepsilon_{rad} \propto a^{-4}$) и *стадию вещества* ($a \propto t^{2/3}, \varepsilon_m \propto a^{-3}$). Ранняя Вселенная описывается моделью Горячей Вселенной, предложенной Гамовым и Альфером (1948г.). На малых временах ($t<10^{-4}$сек) от Большого Взрыва температура Вселенной была настолько высока ($T>10^{12}$K), что основная доля вещества была сосредоточена в нуклонах, антинуклонах и других тяжёлых частицах – *адронная эра*, которая закончилась аннигиляцией нуклонов и антинуклонов. Незначительное преобладание частиц над античастицами (*барионная асимметрия*) обеспечило существование вещества во Вселенной. С распадом пионов в мюон и мюонное нейтрино началась *лептонная эра* (t<10сек, 10^{10}K<T<10^{12}K), которая закончилась аннигиляцией электронов и позитронов. Через доли секунды Вселенная стала прозрачной для электронных нейтрино, температура которых в настоящее время порядка 2K (*реликтовые нейтрино*). На стадии *излучения* по мере расширения Вселенной и понижения её температуры вступают в силу процессы рекомбинации свободных электронов с протонами с образованием первых атомов ($z \sim 3000$ − начало эпохи рекомбинации). Дальнейшее понижение температуры привело к отделению излучения от вещества на $z \sim 1000$ (конец эпохи рекомбинации). Этот момент времени называют *эпохой просветления*, а соответствующий ему радиус характеризует *сферу последнего рассеяния*. Температура отделившегося *реликтового излучения* постепенно понижалась и в настоящее время ≈ 2.7К. По данным *WMAP* первые звёзды, которые состояли из водорода, гелия и лития, образовались на $z\approx 10$. Резкое уменьшение числа галактик на $z\approx 6$, обнаруженное методом многоцветной фотометрии на крупнейших телескопах в последние годы [d], соответствует эпохе возникновения галактик. (Метод основан на том, что далёкие галактики за счёт красного смещения исчезают во всех коротковолновых B, V, R фильтрах и обнаруживаются только в ИК-диапазоне.) На этих же красных смещениях в спектрах далёких квазаров наблюдается резкое убывание концентрации нейтрального водорода с уменьшением *z*, что свидетельствует о конце вторичной ионизации, связанной с эпохой возникновения галактик [e].

Вопросы и задачи

28.1.Получить решение уравнения Фридмана-Леметра для $k = \pm 1$,w=0, 1/3.

28.2.Найти величину красного смещения, соответствующую началу эпохи рекомбинации,воспользовавшисьравенством $\varepsilon_{rad} = \varepsilon_m$.

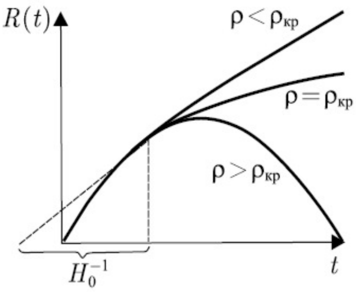


Рис.28.1.Зависимость $a(t)$ в фридмановских моделях с преобладанием вещества w=0. Критическая плотность $\rho_{cr} = 3H_0^2/(8\pi G) \simeq 10^{-29}$ $г/см^3$, а соотвествующая плотность энергии $\varepsilon_{cr} = \rho_{cr}c^2$.

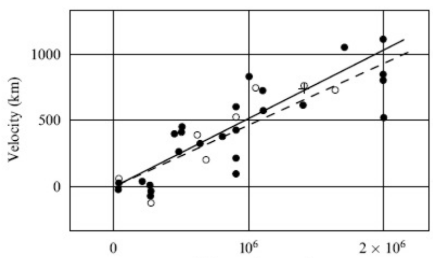


Рис.28.2. Диаграмма Хаббла 1929г. Значение параметра Хаббла на настоящий момент $H_0 \approx 70 км \cdot c^{-1}/Мпк$ (по данным WMAP) позволяет оценить возраст Вселенной $t_0=1/H_0$=13.7млрд.лет.

Литература:[25]-[27]

Лекция 29. **Λ-член в ОТО. Тёмная энергия.**

Источником гравитационного поля в уравнениях Эйнштейна (без Λ-члена) является вещество. Уравнения имеют очень простой символический вид

$$R_{ik} - \tfrac{1}{2} R\, g_{ik} = \kappa\, T_{ik} \ .$$

Напомним, что тензор Риччи R_{ik} и скалярная кривизна R, входящие в них, являются известными, но весьма сложными функциями метрики g_{ik} и ее первых и вторых производных по координатам и времени. Сам тензор Риччи – это упрощенный во вполне определенном математическом смысле тензор кривизны пространства–времени. Тензор T_{ik} — тензор энергии-импульса вещества, включающий и электромагнитное поле, имеет в сопутствующей веществу системе отсчета также очень простой вид: его ненулевые компоненты – это лишь временная компонента $T_{00}=\varepsilon$ (где ε – плотность энергии) и пространственные компоненты $T_{11}=T_{22}=T_{33}=p$ (где p – давление). Из известных математических соображений в правой части уравнения Эйнштейна может фигурировать еще одно слагаемое вида Λg_{ik}, где Λ произвольная константа. С точки зрения физики, этот член, однако, принципиально отличается от слагаемого T_{ik}, так как никак не связан с имеющимся во Вселенной веществом. В то же время, так же как и член с веществом, он является источником метрики g_{ik} (гравитационного поля), но уже от наличия вещества не зависящим. Как сейчас уже стало ясно, это, тем не менее, физически очень важный член. Он описывает вклад и влияние вакуума, что можно пояснить следующим способом. Представим слагаемое Λg_{ik} в том же виде, что и член с веществом, т.е. в виде некоторого T_{ik}^{Λ}. Очевидно, что соответствующая плотность энергии $\varepsilon_{\Lambda} = \kappa^{-1}\Lambda$, а давление $p^{\Lambda} = -\kappa^{-1}\Lambda$. Последнее, в свою очередь, означает, что “среда”, порождающая такие плотность энергии и давление, должна обладать свойством ε+p=0. Но такая связь может осуществляться только для вакуума. Это видно из преобразований Лоренца в движущиеся инерциальные системы отсчета: условие ε+p=0 обеспечивает неизменность любых величин при таких преобразованиях. Только вакуум совершенно нечувствителен к подобным переменам и не реагирует на движение. Впрочем, тот факт, что при таком уравнении состояния мы имеем дело с вакуумом, можно обосновать, исходя и из других физических соображений. В то же время это свойство означает, что $p = -\varepsilon$. В отличие от обычного вещества, при положительной плотности энергии вакуум обладает отрицательным давлением, т.е. *антигравитацией*. Действительно, отрицательное давление приводит к тому, что любые две частицы будут удаляться, «отталкиваться» друг от друга (а не притягиваться, как при обычной гравитации). К антигравитации может приводить не только вакуум, но и гипотетическое вещество с уравнением состояния $p = -w\varepsilon$ («квинтэссенция» при 1/3<w < 1, «*фантомное*» вещество при w>1). Из некоторых моделей следует, что именно такое еще не открытое (а, возможно, и несуществующее) вещество предпочтительней вакуума при объяснении ускоренного расширения Вселенной и предсказании совершенно необычных свойств пространства−времени, которые могут ему сопутствовать. В частности, даже малая примесь фантомного вещества может приводить к существованию «кротовых нор», связывающих удаленные области Вселенной и даже различные вселенные в моделях множества вселенных – «мультиверса».

Вопросы и задачи.

29.1. Получить космологическое уравнения Фридмана с учётом Λ-члена.

29.2. Получить условие, приводящее к стационарной модели Вселенной Эйнштейна.

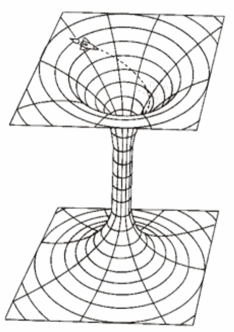


Рис.29.1 Кротовая нора, соединяющая удалённые области Вселенной или разные вселенные [f].

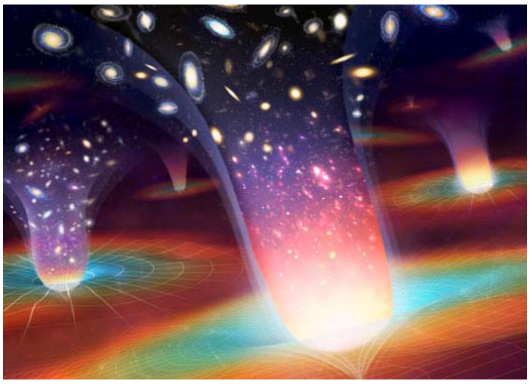


Рис.29.2 Символическое изображение вселенных мультиверса с разными физическими законами .

Литература: [27]-[29]

Лекция 30. **Инфляция**. **Ускоренное расширение.**

Согласно теории инфляции, в ничтожно малые до-фридмановские времена после Большого Взрыва отрицательное давление вакуума привело к *раздуванию* Вселенной, т.е. к очень быстрому (экспоненциальному во времени) расширению. Оно описывается решением уравнений Эйнштейна, полученных де Ситтером, когда Λ-член, обладая планковскими параметрами, безраздельно господствует над веществом.

При $\Lambda > 0$ при $k = 0$, т.е. в плоском мире, для масштабного фактора имеется простое решение, описывающее чисто экспоненциальное раздувание мира: $a(t) = a_0 \exp(H\,t)$, где параметр Хаббла $H \equiv \dot{a}/a = \sqrt{\Lambda/3}$ (здесь и ниже $c = 1$) не зависит от времени. В замкнутом мире с положительной кривизной ($k = 1$) $a(t) = a_0 \,\mathrm{ch}(\sqrt{\Lambda/3}\cdot t)$ и параметр Хаббла $H = \sqrt{\Lambda/3}\,\mathrm{th}\{\sqrt{\Lambda/3}\cdot t\}$ является функцией времени. При $k = -1$ в этих выражениях следует заменить $\mathrm{ch} \to \mathrm{sh}$, а $\mathrm{th} \to \mathrm{cth}$. На больших временах эти решения выходят на одну и ту же экспоненциальную асимптотику.

Метрика де Ситтера, соответствующая миру с положительной кривизной в сферических пространственных координатах r, θ, φ имеет вид:

$$ds^2 = d\tau^2 - H^{-2}\,\mathrm{ch}^2 H\tau\,[dr^2 + \sin^2 r\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)] \qquad (30.1)$$

Сама инфляция, как фаза эволюции Вселенной, покоится на представлениях о мире элементарных частиц при совершенно недостижимых в лабораториях энергиях. В основе наиболее разработанной модели находится затравочное скалярное поле ϕ с потенциалом $V(\phi) = \pm\phi^2 + \lambda\phi^4$, допускающим фазовые переходы с рождением частиц. Ее основным результатом (для космологии) является то, что к концу своей стадии она поставляет для дальнейшей эволюции заполненный веществом практически совершенно плоский мир, в котором все элементы причинно связаны друг с другом, так как возникли из одного и того же микроскопического объема планковских масштабов – l_{Pl}~10^{-33} см (см. 9) за счет его почти мгновенного «раздувания» (за планковское время 10^{-43}с). В современную эпоху для объяснения обнаруженного наблюдениями ускоренного расширения Вселенной также был привлечен вакуум, которому соответствует уравнение состояния $\varepsilon = -p$. Впрочем, при уравнении состояния $\varepsilon = wp$ наблюдения не противоречат также и малым отклонениям от $w = -1$ в обе стороны. Поэтому предпочитают говорить о *темной энергии*, допуская кроме вакуума и другие возможности (л29). В пользу ускоренного расширения Вселенной, начиная с красных смещений $z \leq 0.7$, говорят подсчеты галактик, а также результаты исследования флуктуаций реликтового излучения (л33). Подсчеты галактик с большой точностью удалось провести с использованием сверхновых типа 1а в качестве стандартной свечи. Эти подсчеты проводились независимо двумя группами исследователей (А. Рисс и др., С. Перлмуттер и др.) и привели к совпадающим результатам (см. рис. 30.1). Согласно этим данным на долю темной энергии (на долю вакуума, если w =1) приходится 73% всей массы Вселенной, 23% приходится на долю невидимого *темного вещества* (л34) и только около 4% – на долю обычного барионного вещества, состоящего из атомов, и излучения.

Вопросы и задачи.

30.1. Показать, что переход к ускоренному расширению происходит при z=0.7.

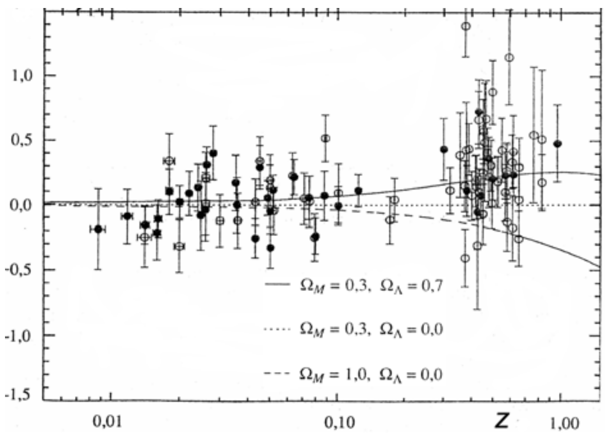


Рис.30.1 Отклонение закона Хаббла в области z порядка единиц. Приведены результаты подсчетов галактик с использованием сверхновых Ia типа в качестве “стандартноой свечи”.

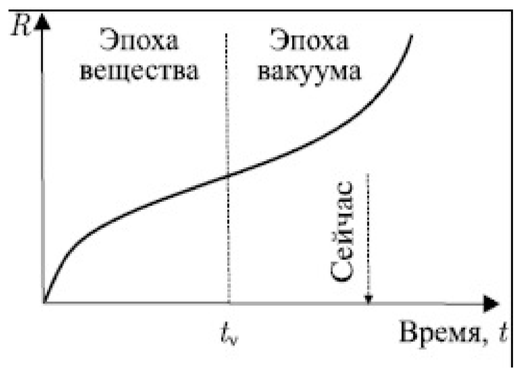


Рис.30.2.Зависимость a(t) в ускоренно расширяющейся Вселенной; t_v соответствует z=0.7.

Литература: [23], [27]-[28]

Лекция 31. **Реликтовое излучение**

Идея «большого взрыва», высказанная Дж. Гамовым, связана с расширением Вселенной. Большим плотностям в начале расширения соответствовали высокие температуры. При этом вещество было полностью ионизовано (плазма) и сильно взаимодействовало с излучением. В эпоху рекомбинации вещество из состояния ионизированной плазмы перешло в нейтральное состояние, т.е. начали образовываться атомы (водорода и гелия), взаимодействие излучения с веществом почти полностью прекратилось (л28). С этого момента излучение охлаждалось отдельно и сильнее, чем вещество. По оценкам Гамова к настоящему времени его температура должна была упасть приблизительно до пяти градусов абсолютного нуля. Но тогда это "остывшее" *реликтовое излучение* (РИ) должно было стать в основном радиоизлучением. Именно это излучение и было обнаружено молодыми радиоинженерами фирмы *Bell* А.Пензиасом и Р.Вилсоном в 1965 г, которые были удостоены за это открытие Нобелевской премией. В дальнейшем, в рамках многих балонных эксперментов, был обнаружен максимум спектра РИ и последующий спад его в область низких частот (в соответствие с законом Планка) , а космический проект *COBE* получил высокочастотную часть спектра (рис.31.1) и наиболее точное значение температуры $T_{РИ} = 2.725 \pm 0.001$ К. Реликтовое излучение не только несет важнейшую информацию о прошлом Вселенной. В галактиках его энергетический вклад сравним по величине с энергией космических лучей, излучения звезд, магнитных полей, кинетической энергией движения облаков межзвёздной среды. Это является важным аргументом в пользу взаимодействия и обмена энергией между этими компонентами. В межгалактической среде это преобладающая (из обычных) форма энергии. Поэтому роль РИ в процессах, происходящих во Вселенной, чрезвычайно велика. Равновесный характер спектра реликтового излучения связан не с тем, что существуют быстрые процессы релаксации, устанавливающие этот спектр, а, напротив, с тем, что излучению, после эпохи рекомбинации $z \sim 1000$, стало не с чем взаимодействовать. Вторичный разогрев и ионизация газа (из-за возникновения звезд и галактик при $z \sim 10 \div 6$) должны отпечататься на реликтовом спектре в виде тонких деталей на субмиллиметровой ниспадающей ветви. В результате почти двадцатилетнего направленного экспериментального и теоретического поиска были обнаружены дипольная анизотропия, связанная с движением Галактики относительно РИ (л.32), и угловая анизотропия температуры РИ на уровне $\Delta T / T \sim 10^{-5}$ – флуктуации РИ (л.33), несущие бесценную информацию о ранней Вселенной.

Вопросы и задачи.

31.1.Проверить, что плотность энергии РИ имеет тот же порядок 10^{-13} эрг/см^3, что и плотность энергии магнитного поля в Галактике $H^2/8\pi$, плотность кинетической энергии движения облаков $\rho V^2/2$.

31.2.Показать, что потери за счет ОКР на РИ приводят к обрыву в спектре внегалактических КЛ на энергиях порядка 7 10^{19}эВ (эффект Грайзена-Зацепина-Кузьмина) .

31.3.По плотности энергии и частоте максимума РИ 10^{11} Гц оценить концентрацию фотонов РИ.

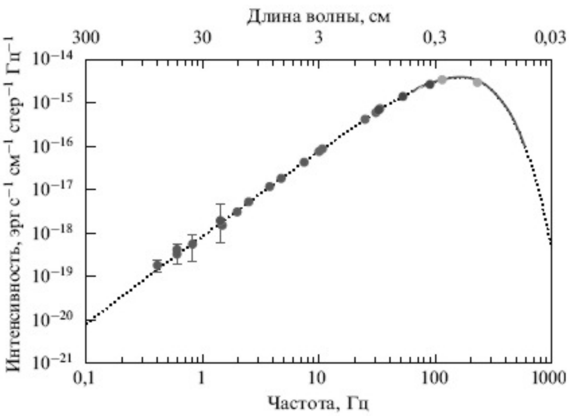


Рис.31.1 Распределение энергии в спектре равновесного излучения (распределение Планка) [g]. Экспериментальные точки, соответствуют реликтовому излучению (ранние и баллонные измерения). Сплошной линией отмечены наблюдения *COBE*.

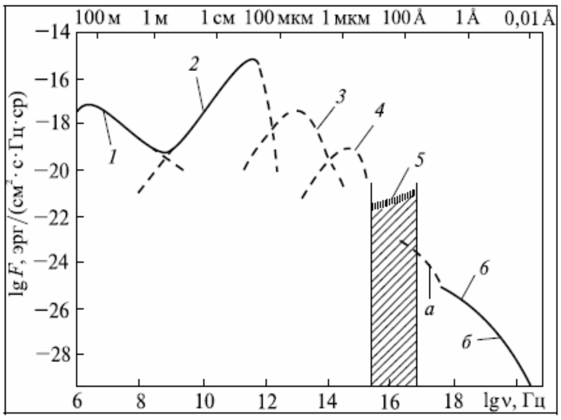


Рис.31.2 Спектр излучения, создаваемый объектами различной природы: 1 — дискретные радиоисточники; 2 — чернотельное излучение 2,7 *K*; 3 — инфракрасные источники; 4 — оптическое излучение нормальных галактик; 5 — ненаблюдаемый ультрафиолет; 6 — рентгеновское излучение (*а* — мягкое, *б* — жесткое).

Литература: [30]

Лекция 32. **Флуктуации реликтового излучения. Дипольная анизотропия.**

Реликтовое излучение играет роль некоторой «абсолютной» системы отсчета, связанной со Вселенной в целом. Поэтому исследование его изотропии позволяет, с одной стороны, проверить *космологический принцип*, согласно которому Вселенная однородна и изотропна (в масштабах $R > 100$Мпк), с другой — выделить анизотропию, связанную, в частности, с «абсолютным» движением Земли. Из-за эффекта Допплера, связанного с таким движением, должна возникать анизотропия «дипольного» вида с периодом 24 ч (из-за вращения Земли). Температура фона, измеряемая на движущейся относительно изотропного фона Земле, должна быть равна

$$T = T_0\left(1 + \frac{\mathrm{v}}{c}\cos\theta\right),$$

где T_0 - средняя по небу температура РИ, θ — угол между скоростью и лучом зрения. Поиски 24-часовой анизотропии были начаты в Принстоне Р. Партриджем и Д. Уилкинсоном. В 1975 г. баллонный эксперимент Кори и Уилкинсона на частоте 19 ГГц, а в 1977г. эксперимент Дж. Смута, Горенштейна и Мюллера на частоте 33 ГГц при высотных полетах специально оборудованного самолета У-2 продемонстрировали существование косинусоидальной анизотропии с амплитудой три тысячных градуса (рис.32.1). Скорость Солнца по отношению к фону составляет 390 ±60 км/с и направлена к созвездию Льва. Для Галактики значение «абсолютной» скорости уже составляет около 600 км/с. Приблизительно такой же оказывается и скорость всего скопления галактик Девы, к которому принадлежит наша Галактика. Дипольная анизотропия оказалась связанной с движением скопления к Великому Аттрактору.

Начиная с масштабов скоплений (и даже сверхскоплений) галактик начинает проявляется неоднородность распределения вещества. Согласно нашим представлениям об эволюции Вселенной, эти неоднородности должны были развиться из первоначальных флуктуаций. С реликтовым излучением связана уникальная возможность “наблюдать” эти флуктуации. В эпоху рекомбинации водорода, отрываясь от ставшего нейтральным вещества, излучение свободно распространяется в расширяющемся пространстве, сохраняя информацию о моменте рекомбинации в своем спектре, в том числе о флуктуациях температуры излучения, связанных с флуктуациями плотности вещества (*эффект Силка*). Факт существования (крупномасштабных) флуктуаций был установлен на уровне $\Delta T/T \approx 10^{-5}$ или $\Delta T \approx 30$ мкК на угловых масштабах порядка 7° на специализированном спутнике *COBE* (Cosmic Background Explorer) в 1992 г. В аппаратуре, установленной на *COBE*, использовались измерения одновременно на трех частотах (31.5, 53 и 90 ГГЦ), что позволяло измерять температуру, исключая постоянный, не связанный с реликтом фон. Антенны, разнесенные на 60°, позволяли находить разность температур реликта в этих направлениях. Сообщение об обнаружении анизотропии реликтового излучения облетело весь мир и было опубликовано на первой полосе *New York Times* (апрель 1992), в 2006 году руководители проекта Дж.К. Мазер и Дж.Ф. Смут были удостоены Нобелевской премии.

Вопросы и задачи.

32.1. Оценить величину годовых вариаций температуры РИ, связанных с вращением Земли вокруг Солнца.

32.2. Получить зависимость температуры РИ от величины красного смещения.

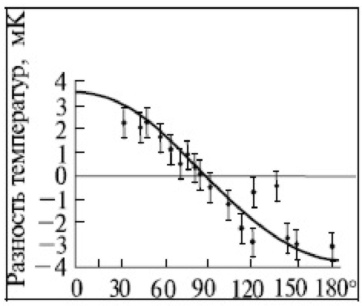


Рис.32.1. Первые измерения дипольной анизотропии РИ. По оси абсцисс — угол между направлением антенн и положением максимума температуры.

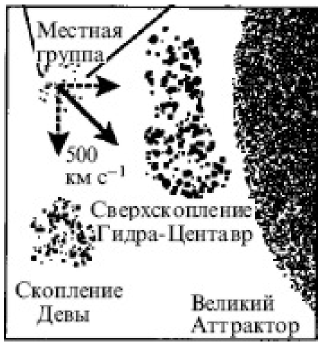


Рис.32.2 Схема движения Местной Группы по направлению к Великому Аттрактору.

Литература:[30]

Лекция 33. **Мелкомасштабные флуктуации реликтового излучения.**

Чрезвычайно интересно изучение мелкомасштабной анизотропии флуктуаций РИ. Из теоретических работ следовало, что в области разности угловых направлений порядка десятка минут должны наблюдаться осцилляции, несущие важную информацию. Еще в замечательной работе 1965 года А.Д. Сахаров показал, что при таком фазовом переходе, каким является рекомбинация, в спектре флуктуаций должна сохраняться богатая информация (в виде характерных пиков в угловом распределении) о предыдущих дорекомбинационных флуктуациях вещества. В излучении, оторвавшемся от ставшего нейтральным вещества, сохранились те свойства дорекомбинационных флуктуаций, которые отразились на температуре (и поляризации) реликтового излучения. Гравитационные волны повлияли на температуру (*эффект Сакса–Вольфа*) благодаря своему влиянию на частоту квантов (гравитационное красное смещение). Акустические волны влияли на температуру через изменение частоты при эффекте Допплера, а также через создаваемое ими давление (*эффект Силка*). Параметры зависели также от спектра начальных флуктуаций, оставшихся еще от стадии инфляции, и от их нарастания из-за развития гравитационной неустойчивости в расширяющемся мире. В итоге положение и высота сахаровских пиков зависят от многих важных параметров: параметра Хаббла, средней плотности вещества во Вселенной и доли вакуума в ней, количества барионов и невидимой “скрытой”, или “темной” (не “вакуумной”) материи. Эти расчеты, требовавшие большой эрудиции и мастерства, были выполнены несколькими группами ученых в Америке и Советском Союзе (Д. Пибллзом, А.А. Старобинским и др.).

Для наблюдений анизотропии флуктуаций температуры РИ было организовано несколько проектов. Один из них был осуществлен из района южного полюса. Полюс выгоден потому, что направленная по оси мира антенна смотрит в одну и ту же часть небесной сферы. Вторая антенна, составляя с первой требуемый угол, сканирует шаг за шагом изучаемый участок небосвода. И, действительно, искомые осцилляции были уверенно обнаружены разными группами исследователей. В июне 2001 г. специально для картографирования анизотропии флуктуаций РИ был запущен космический аппарат *WMAP* - Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, с помощью которого получена самая подробная карта как флуктуаций реликтового излучения (рис.33.2), так и его поляризации. Эти данные не только подтверждают наличие сахаровских осцилляций, но и дают обширный наблюдательный материал с наивысшей достигнутой к настоящему времени точностью. В настоящее время измерены положения и форма трех сахаровских пиков (рис. 33.1). Эстафету исследования РИ принял спутник *Plank*, запущенный в мае 2009 года, в задачи которого входит детектирование с высоким разрешением полной интенсивности и поляризации первичной анизотропии реликтового излучения, создание каталога скоплений по эффекту Сюняева-Зелюдовича и т.д.

Вопросы и задачи.

33.1. Определить вклад в изменение температуры РИ за счёт флуктуаций метрики.

33.2. Определить изменение температуры РИ за счёт флуктуаций плотности.

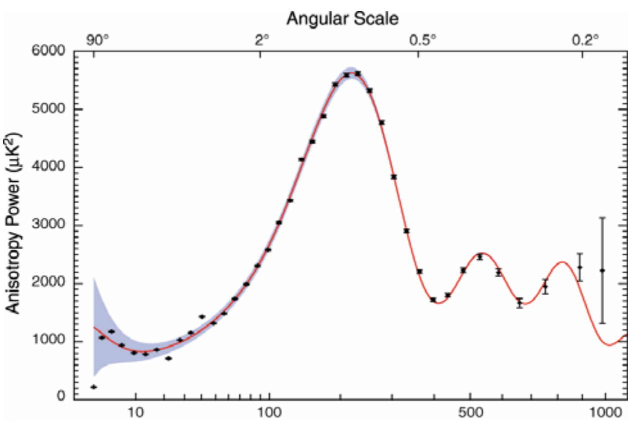


Рис.33.1 Спектр анизотропии реликтового излучения в области малых углов $\theta < 1°$ как функция номера мультиполя l. Видны сахаровские осцилляции, выход на плато Зельдовича−Харрисона со стороны малых l. Сплошная линия соответствует теоретической модели, серая полоса – допустимые ошибки теоретических предсказаний, точки – наблюдательные данные.

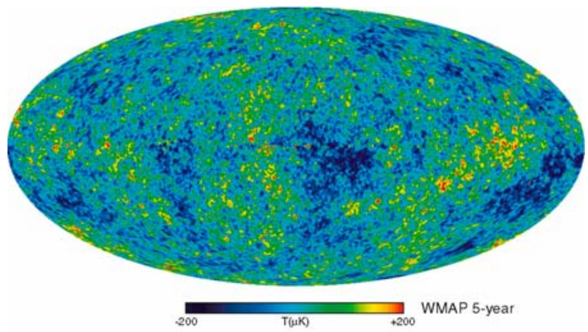


Рис.33.2. Карта мелкомасштабных флуктуаций температуры реликтового излучения, полученная спутником *WMAP*. [G. Hinshaw et al., 2008; http://map.gsfc.nasa.gov/].

Литература:[30]

Лекция 34. **Тёмное вещество. Гравитационное линзирование.**

Впервые идею о существовании тёмной материи (ТМ) высказал Ф.Цвикки (1937г.) по наблюдениям галактик в скоплении Coma (Волосы Вероники). Если $\triangle \mathrm{v}$ – наблюдаемая дисперсия скоростей галактик, а R_{cl} – радиус скопления, то по *теореме вириала* (см.задачу 3.1) можно оценить массу скопления $M_{cl} \approx (\triangle \mathrm{v})^2 R_{cl} / G$. Оказалось, что эта масса в несколько раз больше, чем видимая масса скопления, получаемая по наблюдаемым светимостям отдельных галактик. Видимой массы, т.о. недостаточно для удержания как галактик, так и рентгеновского горячего газа в скоплениях (л.35).

С другой стороны, скорости звезд и газа во внешних областях галактик значительно выше кеплеровских, определяемых светящейся массой галактики. Это видно из *кривых вращения*, отображающих зависимость орбитальной скорости звёзд и газа от расстояния до центра галактики. Отсюда возникла гипотеза существования массивного гало, которое может содержать компактные объекты слабой светимости. В настоящее время считают, что основная масса невидимой ТМ является небарионной и состоит из нейтрино или гипотетических частиц, проявляющих себя только через гравитационное поле. Важнейшим аргументом в пользу существования небарионной ТМ является данные по флуктуациям температуры РИ (л.31).

Эффективным способом исследования распределения темного вещества является гравитационное линзирование, основанное на эффекте ОТО отклонения луча света в гравитационном поле (см.л ОТО). В случае, когда источник находится на линии наблюдатель-центр линзы, а масса в линзе распределена аксиально симметрично, изображение источника представляет собой кольцо и носит название *кольца Эйнштейна*. Если источник смещается с этой линии кольцо изображения «разрывается», преобразуясь в триплет изображений – две «арки» и центральное изображение (см. рис.34). Этот эффект называется *сильным* гравитационным линзированием. Если распределение массы в линзе асимметрично, то вместо двух арок возникают четыре (и более) изображений. Примером является квазар QSO 2237+0305 – *крест Эйнштейна*. *Слабое линзирова-*

ние соответствует случаю $\kappa < 1$ и приводит к изменению формы (вытянутости) изображения. Анализ совместных эффектов сильного и слабого линзирования большого числа удалённых галактик или квазаров позволяет восстановить распределение массы в линзе.

Вопросы и задачи.

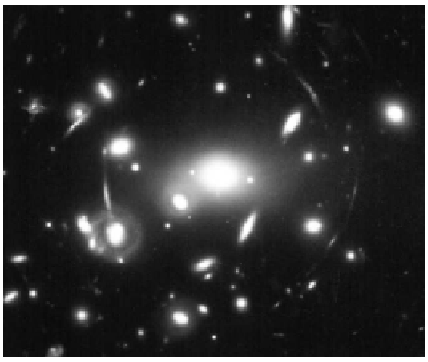
34.1. Показать, что уравнение линзы есть $\beta = \theta - \alpha(\theta)$, где β - угол между источником и наблюдателем, θ - между изображением и наблюдателем.

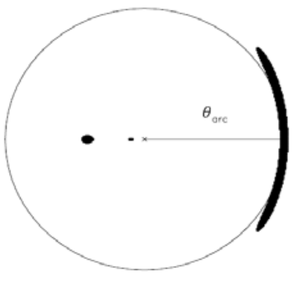
34.2. Показать, что скалярный потенциал линзы, спроектированный на ньютоновский потенциал Φ, имеет вид $\psi(\theta) = \frac{D_{ds}}{D_d D_s}\frac{2}{c^2}\int \Phi(D_d\theta, z)dz$. Интегрирование ведётся вдоль луча зрения – рис.34.2.

34.3. Показать, что уравнение Пуассона в этом случае сводится к виду $\Delta\psi = 2\kappa(\theta)$, где $\kappa(\theta) = \Sigma/\Sigma_{cr}$, $\Sigma_{cr} = c^2 D_s/(4\pi G D_d D_{ds})$ –критическое значение поверхностной плотности Σ.

34.4. Показать, что у гравитационной линзы, создаваемой точечной массой, имеется не фокус, а фокальная полуось.

34.5. Найти форму поверхности оптической линзы, моделирующей точечную грав. линзу.





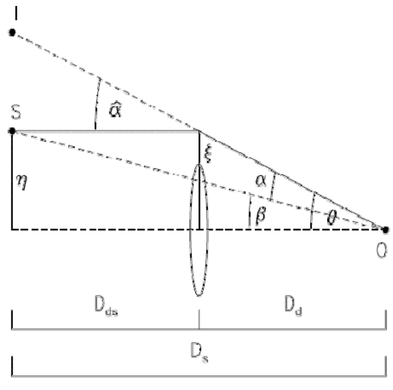


Рис.34.1. Вытянутые фрагменты «кольца Эйнштейна» представляют собой изображения одного и того же далекого объекта, в данном случае квазара.

Рис.34.2 Схема лучей в грав. линзе: D_{ds} – расстояние от источника до линзы, D_d – расстояние от линзы до наблюдателя, D_s – расстояние от источника до наблюдателя.

Литература:[2]

Лекция 35. **Скопления галактик. Крупномасштабная структура Вселенной**

Галактики распределены в пространстве неравномерно. Они образуют *группы* от двух до десятка членов и скопления разной степени *богатства* до десятков тысяч членов и больше, если учитывать многочисленные маломассивные спутники. Наша Местная Группа состоит из двух массивных спиральных галактик – Млечного Пути и Туманности Андромеда – и полутора десятка их спутников. В группах и скоплениях существенны взаимодействия и часто происходят слияния галактик. В центральных частях богатых скоплений встречаются в основном массивные эллиптические галактики, а на периферии – маломассивные спирали. Эллиптические галактики являются результатом слияния спиралей. Центральные массивные галактики сфероидальных *регулярных* скоплений, как правило, являются активными. Наша Местная Группа находится вблизи от богатого нерегулярного скопления Дева, в центре которого находится массивная галактика М87 с оптическим выбросом. Эта галактика является мощным радиоисточником (радиогалактикой) Дева А. В богатых скоплениях присутствует горячий газ, находящийся в вириальном равновесии с галактиками скопления. Его температура порядка сотни миллионов градусов и он дает наблюдаемое на спутниках тепловое рентгеновское излучение. Реликтовые фотоны, проходя через ионизованную среду скоплений, рассеиваются на свободных электронах. Спектр РИ в направлении на скопление галактик смещается в область более высоких частот (*эффект Сюняева- Зельдовича*) – см. рис. 35.1.

Радиоастрономия дала свидетельства существования газа по морфологии радиоисточников в скоплениях задолго до его обнаружения по рентгеновскому излучению (рис. 35.2). Слияния скоплений приводят к возникновению в горячем газе ударных волн, наблюдаемых на рентгеновских космических обсерваториях. Нерегулярная клочковатая форма скоплений является следствием «недавних слияний». В области красных смещений порядка единицы скопления образуют более-менее упорядоченную *крупномасштабную структуру*. Менее населенные массивными галактиками пустоты – *войды* – окружены более плотными образованиями, образующими стенки и ребра войдов. В пределах менее сотни мегапарсек выделяются флуктуации плотности. Расположенная на расстоянии 40 Мпк такая флуктуация (Великий Аттрактор, рис. 35.3) является причиной регулярного движения Местной Группы и отклонения от однородного Хаббловского расширения, которое приводит за счет эффекта Допплера к дипольной анизотропии РИ. На масштабах, превышающих сотни мегапарсек, распределение вещества становится однородным.

Вопросы и задачи.

35.1. По рентгеновскому излучению и эффекту Сюняева-Зельдовича определить плотность горячего газа в скоплении.

35.2.Оценить давление при движении тела со скорость v в среде с плотностью ρ

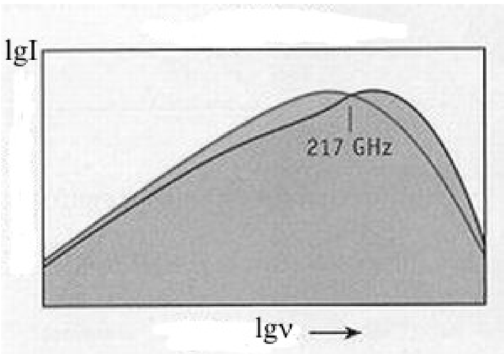


Рис.35.1. Чернотельный спектр РИ и спектр РИ, искажённый скоплением галактики.

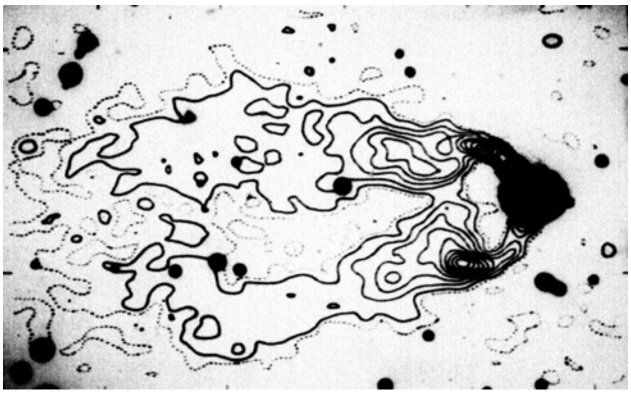


Рис. 35.2 Распределение радиояркости в «хвостатой» галактике NGC 1265 в скоплении Персей, наложенное на негатив паломарского атласа. Наблюдаемая структура джетов связана с движением галактики через горячий газ скопления.

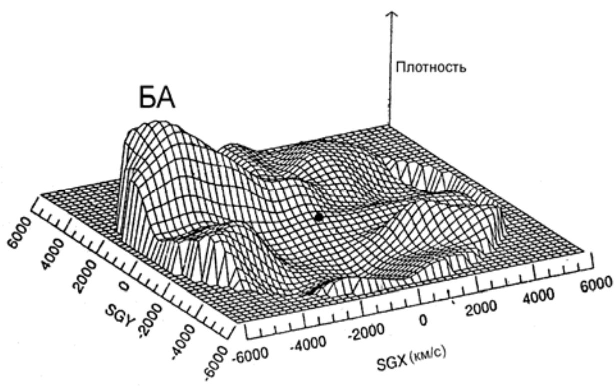


Рис.35.3. Распределение вещества в супергалактической плоскости в «дальней» окрестности Галактики. Виден Большой Аттрактор (БА) и другие области повышенной плотности.

Литература:[31]

Литература[1]

*1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика в 10-ти томах. − М.: Наука, 1986.
*2. *Засов А.В., Постнов К.А.* Общая астрофизика. Фрязино: Изд-во Век-2, 2006. − 496 с.
3. *Лозинская Т.А.* Сверхновые звезды и звездный ветер. − М.: Наука, 1986. − 440 с.
4. *Бескин В.С.* Осесимметричные стационарные течения в астрофизике. − М.: Физматлит, 2006. − 384 с.
*5. *Рудницкий Г.М.* Конспект лекций по курсу «Радиоастрономия». Нижний Архыз: Изд-во CYGNUS, 2001. − 56 с. http://heritage.sai.msu.ru/ucheb/Rudnickij/
6. *Железняков В.В.* Излучение в астрофизической плазме. − М.: Янус-К, 1997. − 528 с.
7. *Гинзбург В.Л.* Теоретическая физика и астрофизика. − М.: Наука, 1987. − 488 с.
8. *Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.* Теория тяготения и эволюция звезд. − М.: Наука, 1971. 484 с.
*9. *Шапиро С., Тьюкольски С.* Чёрные дыры, белые карлики и нейтронные звёзды в 2-х частях. − М.: Мир, 1985.
10. *Липунов В.М.* Астрофизика нейтронных звезд. – М.: Наука, 1987. − 296 с.
11. *Бескин В.С.* Радиопульсары // Успехи физических наук. − 1999. − Т. 169. − № 11. − С. 1169.
12. *Кадомцев Б.Б.* На пульсаре. − М.: Изд-во УФН, 2001. − 128 с.
13. *Эверетт Ю.* На переднем крае астрофизики. − М.:Мир. − 1979. − 576 с.
*14. *Лонгейр М.* Астрофизика высоких энергий. − М.: Мир. − 1984. − 398 с.
*15. *Бочкарёв Н.Г.* Основы физики межзвёздной среды. − М.: Изд-во МГУ. − 1991. − 352с.
16. Центр Галактики. Сб. работ под ред. Н.С.Кардашова. М.: Мир. − 1987. 256 с.
17. *Физика* внегалактических источников радиоизлучения / Под ред. Р.Д. Даг-кесаманского. − М.: Мир. − 1987. − 364 с.
18. *Астрофизика космических лучей* // В.С. Березинский, С.В. Буланов, В.Л. Гинзбург и др. − М.: Наука. − 1984. − 360 с.
19. *Жданов В.І.* Вступ до теорії відносності. − К.: “Київський університет”. 2008. − 287с.
20. *Александров Ю.В.* Основи релятивістської космології. − Х.:ХНУ. − 2004. − 134 с.
21. *Новиков И.Д., Фролов В.П.* Физика черных дыр. М.: Наука. − 1986. − 328 с.
22. *Новиков И.Д., Фролов В.П.* Черные дыры во Вселенной // Успехи физических наук. − 2001. − Т. 171. − № 3. − С. 307.
23. *Черепащук А.М, Чернин А.Д.* Вселенная, жизнь, черные дыры. — Фрязино, Изд-во Век 2. − 2003. − 320 с.

[1] Звёздочкой (*) отмечена обязательная литература

*24. *Черепащук А.М.* Поиски черных дыр // Успехи физических наук. − 2003. − Т. 173. − №4. − С. 345.
25. *Зельдович Я.Б., Долгов А.Д., Сажин М.В.* Космология ранней Вселенной. − М.: Изд-во МГУ. − 1988. − 200 с.
26. *Сажин М.В.* Современная космология в популярном изложении. − М.: Едиториал УРСС, 2002. − 240с.
27. *Горбунов Д.С., Рубаков В.А.* Введение в теорию ранней Вселенной. − М.: URSS. − 2008. − 552 с.
28. *Линде А.Д.* Физика элементарных частиц и инфляционная космология. − М.: Наука. − 1990. − 440 с.
29. *Виленкин А.* Много миров в одном. М.: Corpus, 2009. – 235 с.
30. *Насельский П.Д, Новиков Д.И., Новиков И.Д.* Реликтовое излучение Вселенной. − М.: Наука. − 2003. − 392 с.
31. *Брауде С.Я., Конторович В.М.* Радиоволны рассказывают о Вселенной. − Киев: Наук. Думка. − 1982. − 236 с.; Киев: Академпериодика. − 2005. − 284с.; М.:Физматлит, 2010.
32. *Гинзбург В.Л.* Какие проблемы физики и астрофизики представляются особенно интересными в начале XXI века // О науке, о себе и о других. Сб. науч. ст. − М.: Физматлит, 2003. − С. 11.
*33. *Физика* космоса. Маленькая энциклопедия / Под ред.Р.А. Сюняева. − М.: Советская энциклопедия. − 1986. − 784 с.
34. *Болотин Ю.Л., Ерохин Д.А., Ивашкевич Г.И., Лемец О.А., Черкасский В.А.* Современная космология (динамика Вселенной в задачах). − Київ: Наукова думка.− 2010. (astro/ph 0904.0382v2).
35. *Конторович В.М.* Линейные и нелинейные волны (элементарное введение в теорию с применениями к физике плазмы и астрофизике) // Радиофизика и радиоастрономия. – 2001. – Т. 6, №3. – с. 165-211; 2006. – Т. 11, №1. – с.5-30.

Дополнительная литература

[a] *Mirabel I.F., Rodriguez L.F., Cordier B., Paul J., Lebrun F.* A double-sided radio jet from the compact Galactic Centre annihilator 1E140.7 – 2942 // Nature. – 1992. – Vol. 358. – P. 215.

[b] *Bannikova E.Yu., Kontorovich V.M.* Jet knots fine structure of cosmic radio sources in synchrotron and Compton mechanisms of radiation // Baltic Astronomy. – 2005. – Vol.14, №3. – P.354.

[c] *Ghez A. M. et.al.* Stellar Orbits around the Galactic Center Black Hole // ApJ. – 2005. –Vol. 620. – P. 744.

[d] *Bouwence R.J. & Illingworth G.D.*, Rapid evolution of the most luminous galaxies during the first 900 million years // Nature. – 2006. – T. 443. – C. 189; *J.S.Dunlop et al*. A systematic search for very massive galaxies at z>4 // MNRAS. – 2007. – Vol. 376. – P. 1054.

[e] *X.Fan et al.* Constraining the evolutionof the ionizing background and the epoch of reionization with z~6 quasars // Astron.J. – 2006. – Vol.132. – P. 117.

[f] *Шацкий А.А., Новиков И.Д.*, Кардашев Н.С. Динамическая модель кротовой норы и модель Мультивселенной // Астрон. журнал. – 2008. – Т.178, №5, с. 481.

[g] *Смут Дж.Ф.* Анизотропия реликтового излучения: открытие и научное значение // Успехи физических наук. – 2007. – Т.177, №12, с. 1294.

[h] *Ульянов О.М., Захаренко В.В., Коноваленко А.А.* та інш. Обнаружение индивидуальных импульсов пульсаров B0809+74; B0834+06; B0943+10; B0950+08; B1133+16 в декаметровом диапазоне волн // Радиофизика и Радиоастрономия. – 2006. – Т.11, № 2. – с. 113.

[i] *Hwang Uno* et al. A Million Second Chandra View of Cassiopeia A // ApJ. – 2010. – Vol. 615. – P. 117.

[j] http://map.gsfc.nasa.gov/

[k] *Harris D.E.* XJET: X-ray emission from extragalactic radio jets, 2009, http://hea-www.harvard.edu/XJET/

[l] *Фомин П.И. //* Доповіді АН УРСР. – 1975. – сер.А, №9. – с.831

[m] Зельдович Я.Б., Грищук Л.П. Полные космологические теории. В книге: Зельдович Я.Б. Избранные труды. Частицы, ядра, Вселенная. М.: Наука, 1985, с.179.